

UNIVERSIDAD DE CUENCA



Facultad de Filosofía, letras y ciencias de la educación carrera de Matemáticas y Física

**“Elaboración de una guía didáctica para mejorar el aprendizaje del tema de
“Rectas y Planos en el Espacio” con el uso de recursos didácticos, para la carrera
de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca”**

Trabajo de Titulación previo a la obtención del Título de
Licenciado en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física

AUTOR:

Richard Marcelo Portugal Uzhca CI: 0107466161

Correo: rportugal97@gmail.com

DIRECTOR:

Ing. Francisco Xavier González Romo CI: 0104261458

CUENCA – ECUADOR

20-11-19



RESUMEN

El trabajo de titulación “Elaboración de una guía didáctica para mejorar el aprendizaje del tema “Rectas y Planos en el Espacio” con el uso de recursos didácticos para la carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca”, se elaboró rescatando elementos del modelo pedagógico constructivista. La propuesta de titulación responde a las necesidades de mejorar el aprendizaje de los estudiantes de la carrera.

El trabajo consta de tres capítulos distribuidos en el siguiente orden: Fundamentación teórica, Fundamentación estadística y la propuesta. En el capítulo número uno se desarrolla el fundamento conceptual, la justificación del trabajo y la evolución de la postura que se decidió tomar para la elaboración del mismo. En el capítulo número dos se desarrolla la parte estadística, la misma que hace referencia a la investigación de campo que está representada por tablas y gráficos, seguidos de una interpretación de los datos obtenidos que servirán para el sustento de la propuesta.

Finalmente, el capítulo número tres o la propuesta en la cual se elabora una guía didáctica dirigida a los docentes y estudiantes de la carrera de Matemática y Física, fue desarrollada como un recurso didáctico que busca ampliar la creatividad en los estudiantes y ayudar al desarrollo de su memoria espacial, además se propone llevar a cabo clases metodológicas para mayor participación.

Palabras clave:

Constructivismo. Aprendizaje significativo. Guía didáctica. Rectas y planos en el espacio.



ABSTRACT

The degree work "Preparation of a didactic guide to improve the learning of the theme" Lines and Plans in Space "with the use of didactic resources for the Mathematics and Physics of the University of Cuenca", was developed by rescuing elements of the model pedagogical constructivist. The degree proposal responds to the needs of improving the learning of the students of the career.

The work consists of three chapters distributed in the following order: Theoretical foundation, Statistical foundation and the proposal. In chapter number one develops the conceptual basis, the justification of the work and the evolution of the position that was decided to take for the elaboration of it. In chapter number two, the statistical part is developed, which refers to field research that is represented by tables and graphs, followed by an interpretation of the data obtained that will serve to sustain the proposal.

Finally the chapter number three or the proposal in which a didactic guide is elaborated directed to the students of the career of Mathematics and Physics, was developed like a didactic resource that looks for to extend the creativity in the students and to help the imagination of figures in third dimension, it was developed under the three moments of the class that are: anticipation, construction and anticipation of knowledge, besides that it is proposed to carry out methodological and inverted classes for greater participation.

Keywords:

Constructivism. Significant learning. Educational guide. Lines and planes in space.



INDICE DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	8
CAPITULO I.....	10
FUNDAMENTACION TEORICA	10
1.1 Problema en la enseñanza de la geometría.....	10
1.2 Antecedentes en la enseñanza de las matemáticas	11
1.3 La evolución ideal de la enseñanza de la Geometría.....	13
1.3.1 El constructivismo en la enseñanza de la Geometría.	14
1.3.2 David Ausubel y el Aprendizaje Significativo.....	15
1.4 La guía didáctica y su importancia.	17
1.5 La didáctica de las matemáticas: Geometría.....	18
1.6 Material didáctico concreto.	19
1.7 Fundamentos de la Geometría del espacio.....	21
1.7.1 La Geometría del espacio y su dificultad.	25
1.7.2 Memoria espacial.....	26
CAPITULO II	27
MÉTODOS Y TÉCNICAS.....	27
2.1 Metodología.	27
2.2 Población a estudiar.....	27
2.3 Técnica a utilizar.	27
2.4 Análisis de la encuesta.	28
2.5 Análisis de resultados	34
CAPITULO III.....	38
CONCLUSIONES.....	101
RECOMENDACIONES.....	103
BIBLIOGRAFÍA	104
ANEXOS.....	106



Cláusula de licencia y autorización para publicación en el Repositorio Institucional

Richard Marcelo Portugal Uzhca en calidad de autor/a y titular de los derechos morales y patrimoniales del trabajo de titulación "Elaboración de una guía didáctica para mejorar el aprendizaje del tema de "Rectas y Planos en el Espacio" con el uso de recursos didácticos, para la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca", de conformidad con el Art. 114 del CÓDIGO ORGÁNICO DE LA ECONOMÍA SOCIAL DE LOS CONOCIMIENTOS, CREATIVIDAD E INNOVACIÓN reconozco a favor de la Universidad de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos.

Asimismo, autorizo a la Universidad de Cuenca para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el repositorio institucional, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 20 de noviembre de 2019.



Cláusula de Propiedad Intelectual

Richard Marcelo Portugal Uzhca, autor/a del trabajo de titulación "Elaboración de una guía didáctica para mejorar el aprendizaje del tema de "Rectas y Planos en el Espacio" con el uso de recursos didácticos, para la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor/a.

Cuenca, 20 de noviembre de 2019.

Richard Marcelo Portugal Uzhca

C.I: 0107466161



DEDICATORIA

El presente trabajo de titulación va dedicado a mis padres, Marcial Portugal Y Beatriz Uzhca, quienes han fundamentado mi vida desde mis primeros años, por enseñarme a crecer y a su vez ser luz y fortaleza en los momentos difíciles. Dios los bendiga.

Richard Portugal



AGRADECIMIENTO

A Dios por permitirme avanzar en este camino de formación personal y profesional, por la vida y las experiencias que me ha permitido entretener en el andar, por brindarme la fortaleza de continuar y no acaecer, por ser motivación y fortaleza, por llenarme de sabiduría y entendimiento.

A mis padres por todo el esfuerzo, tiempo y dedicación que han empleado para hacer posible cada propósito de mi vida.

A los docentes de la Carrera de Matemática y Física, por todo el empeño que han puesto en impartir sus conocimientos, y forjar mi vida profesional fundamentándola de conocimiento y valores y de forma especial al Ing. Xavier González por guiar y acompañar este proceso.

Finalmente, agradezco a todas las personas que con sabiduría y creatividad han sabido emplear sus conocimientos y aportar a la construcción del presente trabajo de titulación, Expreso mi sentir de gratitud, aprecio y respeto a cada uno de ustedes.

Richard Portugal



INTRODUCCIÓN

La educación universitaria en el Ecuador está en constantes cambios con referencia a los contenidos que se enseñan en el aula y a las metodologías que se utilizan para una mejor comprensión de los estudiantes. La “Universidad de Cuenca” específicamente la carrera de “Matemática y Física” busca ayudar al docente con el apoyo de su respectivo laboratorio adecuado con materiales concretos, como juegos lúdicos, maquetas, etc. Todos los recursos ya mencionados son de apoyo para la creatividad y aprendizaje del educando, aun así, es necesario la elaboración de una guía didáctica que facilite al maestro el uso de dichos recursos.

El presente trabajo tiene como propuesta la elaboración de una guía didáctica para mejorar el aprendizaje del tema “Rectas y Planos en el espacio” con el uso de recursos didácticos, para la carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca. Tiene como principal objetivo optimizar el aprendizaje en el tema ya mencionado contribuyendo al estudiante a mejorar su imaginación en torno a figuras en tres dimensiones. La manipulación del material concreto va a dar mayor validez y una mejor comprensión de los teoremas que sean desarrollados por los estudiantes.

El capítulo I trata algunos títulos de interés como el cambio de las matemáticas a través del tiempo, sus antecedentes, como se ha desarrollado y que aprendizaje ha dejado la enseñanza tradicional, conductista y constructivista. En la corriente pedagógica constructivista se da paso al aprendizaje significativo a desarrollar en los estudiantes de la carrera de Matemática y Física. Para facilitar el aprendizaje se han elaborado títulos como la importancia de los recursos didácticos, la didáctica de las Matemáticas y material concreto que fundamentaran el estudio de la “Geometría Plana en el Espacio”.



En el capítulo II se encuentra la metodología que se utilizó para la investigación de campo realizada a los estudiantes de la carrera, en este capítulo se podrá observar las tablas y diagramas de la encuesta dirigida a los estudiantes bajo un análisis detallado de las preguntas de interés que sustentaron la importancia de la elaboración de una guía didáctica.

Finalmente, en el capítulo III se presenta la propuesta que está compuesta de 64 páginas con el desarrollo del tema “Rectas y Planos en el Espacio”, cabe recalcar que se han propuesto clases metodológicas y grupales con el fin de que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo, además, se darán sugerencias para el uso del recurso didáctico en la demostración de cada teorema.

La presente propuesta tiene como objetivo relacionar la vida cotidiana del estudiante con la enseñanza que se da en el aula. La guía didáctica busca encontrar un vínculo entre lo abstracto que se indica en las figuras en tres dimensiones y lo concreto que es la representación de estas figuras con recursos didácticos.



CAPITULO I

FUNDAMENTACION TEORICA

1.1 Problema en la enseñanza de la geometría.

La geometría es una rama particular de la matemática que tiene como objetivo reconocer, bosquejar y describir las figuras y cuerpos elementales. A lo largo de la historia, el imaginario popular ha expresado que esta asignatura puede ser aprendida únicamente si se posee una mente brillante, tal como lo mencionó Platón en su escuela: “Está prohibida la entrada a toda persona que no sepa Geometría”. Ese miedo a la materia se ha arraigado en toda la humanidad desde hace cientos de años, haciendo que sea vista como algo inalcanzable que muy pocos tienen acceso. Sin embargo, existe algo peor y aún perdura en las aulas de clase, su enseñanza misma que ha sido transmitida de forma mecánica, memorística, sin significado alguno ni aplicación aparente dando como resultado una apatía en los estudiantes, es decir, que el nivel de conocimiento de éstos era y es regular.

La enseñanza de la matemática y más aun de esta rama conocida como Geometría hoy en día resulta un reto y verdadero desafío para el docente que busca lograr aprendizajes significativos en sus educandos. Esto se puede constatar con mayor claridad en las prácticas pre profesionales que realizan los estudiantes de la carrera de la carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca, quienes manifiestan su pesar por el bajo nivel de conocimiento que poseen los estudiantes de los diferentes colegios en el área de Geometría.



1.2 Antecedentes en la enseñanza de las matemáticas

Una de las dificultades más comunes que se encuentran en el proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría es el desarrollo mental de los estudiantes, es decir tanto el educador como el educando no facilitan la comunicación bidireccional y efectiva, en otras palabras, la forma o método que se utiliza para explicar los contenidos de la asignatura no es comprendida por el estudiante.

Si bien es incuestionable que aún se mantiene una enseñanza tradicional en el aula, que supone dar resultados positivos teóricamente, sin embargo, los docentes deben superar esta forma de enseñar, puesto que es imprescindible la metodología y los recursos didácticos que se utilicen para enseñar. Tal como lo menciona Gil y Guzmán (2001):

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática y no al menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápida mutuamente de la situación global venga exigiendo. (p.77)

A su vez, Garcia y Lopez (2008) manifiestan que “La enseñanza de la matemática implica una serie de factores ya sea, la forma en cómo se representen sus resultados, la interpretación de los mismos, y la simbología que se utilice, etc.,”

Garcia en palabras de Mancera (2011) lo describe de la siguiente manera:

La enseñanza de la matemática implica, además del conocimiento profundo del tema, una búsqueda sistemática y constante de estrategias tendientes a satisfacer los propósitos educativos. El conocimiento o dominio, por parte del maestro de una disciplina, aunque fundamental, no es suficiente para comunicar, convencer, motivar, encausar y propiciar actitudes positivas en los estudiantes. (p. 36)



Mancera expresa que aparte de un docente bien preparado en su área este debe mantenerse en constante capacitación sobre nuevas formas o técnicas de enseñanza para poder satisfacer las expectativas de los estudiantes, pues la educación que se brinda a éstos en los centros educativos es un camino para adentrarse en la sociedad.

Con el transcurso de los años la definición de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se ha tornado algo complicada ya que algunos autores la señalan como una ciencia pura, abstracta y formal en el uso de la vida de las personas, tal como lo expresa Charles P. Steinmetz¹: “Es la ciencia más exacta y sus operaciones permiten la demostración absoluta. Pero eso ocurre solo porque la matemática no trata de deducir conclusiones absolutas. Todas las verdades matemáticas son relativistas, condicionales.”

Garcia citando a Sestier (2011) sostiene que:

La palabra matemática tiene su origen en un vocablo griego, máthema, que significa la ciencia. El origen de la matemática griega suele situarse en los tiempos y las enseñanzas de Tales de Mileto, quien vivió en el siglo VI a.C y es llamado padre de las matemáticas y de la filosofía griega, por ende, también padre de la filosofía y las matemáticas occidentales. Pero la aparición de las matemáticas como sistema estructurado de conocimiento se acredita a la escuela de Pitágoras, personaje legendario y fundador de una secta que en la historia lleva su nombre. (p.11)

En la actualidad se considera a la matemática como una materia que se aprende de forma repetitiva que no va arraigada con la estructura cognitiva de la persona. Por ello se busca cambiar dicha metodología, ya que, un estudiante no aprende por repetición sino al realizar ejercicios prácticos y bajo la tutoría especializada del docente para que desarrolle

¹ **Charles Proteus Steinmetz** (1865 - 1923) fue un matemático e ingeniero eléctrico estadounidense de origen alemán y profesor en el Union College.



una mayor comprensión de los contenidos, tal como lo dice García citando a Mancera (2011):

La importancia atribuida a la matemática se debe a diversas creencias y supuestos sobre los beneficios obtenidos por los individuos con su aprendizaje. Se dice que estudiar matemática ayuda a desarrollar el razonamiento o que es de gran utilidad en la vida cotidiana. Esto es cierto, pero al parecer algo no concuerda con esta versión, porque la opinión que se desarrolla en la escuela es otra totalmente contraria. (p. 33)

1.3 La evolución ideal de la enseñanza de la Geometría.

La enseñanza tradicional aún se basa en el contenido y se centra en el educador más no en el educando, es decir, el estudiante memoriza conceptos sin desarrollar su creatividad porque significaría un atraso en el programa de enseñanza. La enseñanza verbal y magistral de las matemáticas lleva un largo tiempo funcionando siendo así que los estudiantes se encuentran estrechamente relacionados con ella.

Dicha enseñanza según García citando a Leonardo (2011), “Es un proceso de continuidad deliberada; sin embargo, puede mostrarse, por medio del análisis, que la tradición es una selección y reelección de aquellos elementos significativos recibidos y recobrados del pasado que representan no una continuidad necesaria, sino una continuidad deseada, la cual se parece mucho a la educación, porque ambas son una selección, comparable de un conocimiento deseado y de formas de aprendizaje y autoridad.” (p. 39)



Sin menospreciar lo que ha logrado el aprendizaje tradicionalista y la forma en como sigue influyendo en la educación de nuestro país, es primordial dar oportunidad a nuevas metodologías de aprendizaje para obtener como resultado la participación voluntaria de los estudiantes en el aula, alcanzando un trabajo colaborativo y grupal en el cual se desarrollen las competencias básicas de aprendizaje y éste tenga significado.

1.3.1 El constructivismo en la enseñanza de la Geometría.

A Lev Vygotsky² se le considera el precursor del constructivismo social, ya que a partir de los planteamientos de este psicólogo se han desarrollado varias ideas sobre el aprendizaje. Para Vygotsky el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio (sociedad) en la que se desarrolla. Esta teoría del aprendizaje social rechaza la asociación entre estímulos y respuestas reduciendo el mismo a una acumulación de reflejos. De esta deducción se concluye que existe un aprendizaje constructivista cuando hay de por medio conocimientos previos que son los requisitos esenciales para nuevos saberes, de esta manera se puede entender que la mejor forma que aprende una persona es aplicando su entendimiento e intelecto proveniente de la asignatura en un contexto cotidiano con la finalidad de que aquel conocimiento sea adquirido de un modo significativo.

García citando a Gil y de Guzmán (2011) afirma que *“La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática y no al menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los*

² **Lev Semiónovich Vygotski** Psicólogo ruso, uno de los más destacados teóricos de la psicología del desarrollo, fundador de la psicología histórico-cultural y claro precursor de la neuropsicología soviética, de la que sería máximo exponente el médico ruso Alexander Luria.



cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápida mutuamente de la situación global venga exigiendo” (p.35)

La manera más natural para obtener un aprendizaje con significado es por el “deseo de saber” que existe en cada estudiante que incentiva a cuestionarse el porqué de las cosas. Al aplicar una actividad constructivista en clases, el estudiante tiene que reacomodar sus conocimientos previos para asimilar otro nuevo, de tal forma que, paulatinamente construya sus saberes. La mejor manera de aprender es por medio del descubrimiento, la experimentación y manipulación de situaciones concretas que puedan ser cuestionadas.

El constructivismo posee varias alternativas que permiten desarrollar una clase tomando en cuenta sus lineamientos y directrices. Una de ellas es el aprendizaje significativo, considerado en el presente trabajo de titulación, en el cual se resaltan elementos educativos como: la manera en que un profesor imparte su cátedra, el contenido que se pretende enseñar y la sociedad en la que se va a desarrollar el proceso educativo.

1.3.2 David Ausubel y el Aprendizaje Significativo.

Considerando poder desarrollar este tipo de aprendizaje mediante la propuesta del presente trabajo de titulación, se ha tomado a su máximo representante David Ausubel³ quien expresa que el aprendizaje significativo trata de medir no solo el nivel de conocimientos que tiene el estudiante sino cuántos de éstos los pueden poner en práctica. Se obtiene cuando el estudiante puede relacionar las ideas nuevas con ideas previas, es decir, de una forma arbitraria, sin reglas, todo lo contrario, al aprendizaje mecánico que carece de reflexión y por consecuencia la información recopilada no mantiene relación

³ David Paul Ausubel fue un psicólogo y pedagogo que llegó a convertirse en uno de los grandes referentes de la psicología constructivista. Como tal, ponía mucho énfasis en elaborar la enseñanza a partir de los conocimientos que tiene el alumno.



con los conocimientos ya existentes, dando como resultado la falta de motivación e interés por el estudiante.

Ausubel (1983) afirma que: “El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria” (p. 48), de esta forma el material que se utilice en el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser significativo y permitir la obtención de conocimientos nuevos partiendo de los conocimientos previos.

No se debe olvidar que la construcción de conocimiento por parte del educando es un proceso de selección, organización y transformación de la información ya sea recibida del docente que imparte la cátedra o de otras fuentes, en otras palabras, cuando hablamos de un aprendizaje significativo en el aula se hace relación a que el estudiante construye conocimientos que contribuyan a su crecimiento. El pedagogo David Ausubel postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las ideas y conceptos que vayan a ser aprendidos en el aula, esta postura que toma Ausubel se considera de la línea constructivista puesto que el proceso de enseñanza no se lo debe considerar como una asimilación pasiva de conceptos si no como la transformación y reestructuración de la información del estudiante para su comprensión.

En las clases de geometría es un tanto inevitable que exista un aprendizaje repetitivo sin dejar espacio a un aprendizaje significativo, sin embargo, para romper el esquema de una educación memorística y repetitiva se debe considerar dos variables académicas: La primera, tomar en cuenta los conocimientos previos que posee o no el estudiante, limitados tal vez por la falta de motivación que tuvo por parte de su docente,



entonces, lo que se recomienda es trabajar a partir de dichos conocimientos, ya sea nivelando al estudiante o incentivándolo a estudiar con la ayuda de recursos didácticos, que conlleva a la segunda variable que precisa que los recursos y el plan de trabajo sean llamativos para el estudiante.

La enseñanza de la matemática y de su rama la Geometría se ha tornado compleja ya sea por la falta de empleo de estrategias, técnicas, métodos y recursos, dando lugar a un déficit en el aprendizaje significativo, sin embargo, para romper este esquema es necesario que el aprendizaje tenga sentido para el estudiante, que la información presentada por parte del docente tenga relación con la vida cotidiana del educando y que exista una relación con los conocimientos previos.

1.4 La guía didáctica y su importancia.

Un reto que se debería imponer todo docente es la implementación de recursos didácticos en sus clases. Con la incorporación de una guía didáctica, rompiendo de esa manera con la estructura de las clases tradicionales, reorganizando la forma de enseñar, los objetivos, los recursos y los métodos que se utilicen para que un estudiante comprenda son aspectos fundamentales y sobre todo adquiera conocimientos con sentido.

Si bien, la guía didáctica puede ser considerada una herramienta pedagógica para dejar el aprendizaje tradicional e insertarse al aprendizaje significativo, su uso no ha sido el correcto por parte de muchos docentes, el mismo que, debe ser el orientador y mediador en el proceso enseñanza-aprendizaje. La guía didáctica debe ser utilizada como un componente motivador del proceso de aprendizaje.

El desarrollo de las guías didácticas se fundamentó en la educación a distancia, sobre todo en Norteamérica, con la visión de formar profesionales de una forma no presencial, sin embargo, la concepción de la guía didáctica como recurso que permite orientar es



imprecisa, pues ésta además debe contribuir a la organización de la clase ya que por medio de este recurso se da una interacción entre el docente y el estudiante.

Una guía didáctica se considera como como un material impreso o digital que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje de una forma proyectada y organizada, teniendo como eje primordial el proceso de aprendizaje activo de los estudiantes, de acuerdo con García (2009) :

...una guía didáctica bien elaborada y al servicio del estudiante, debería ser un elemento motivador de primer orden para despertar el interés por la materia o asignatura correspondiente. Debe ser instrumento idóneo para guiar y facilitar el aprendizaje, ayuda a comprender, y en su caso, aplicar los diferentes conocimientos, así como para integrar todos los medios y recursos que se presentan al estudiante como apoyo para su aprendizaje. (p.2)

En definitiva, una guía didáctica constituye un instrumento fundamental para la organización del trabajo del alumno, teniendo como objetivo ofrecer todas las orientaciones necesarias al docente que le permitan integrar los elementos didácticos para el estudio de la asignatura. Es así como dicha guía debe estar constituida por mapas conceptuales, gráficos, juegos dinámicos y racionales que despierten la curiosidad y a su vez el interés del estudiante por la materia.

1.5 La didáctica de las matemáticas: Geometría.

La didáctica juega un papel muy importante en el estudio de la matemática y sobre todo en la geometría del espacio, puesto que, la enseñanza en este campo es compleja, la didáctica de las matemáticas busca ajustar los contenidos aprendidos en el aula de clase a la vida real de los estudiantes, mediante un conjunto de técnicas y métodos que ayudan al docente a hacer su clase más atractiva.



Etimológicamente, la palabra didáctica deriva del griego didaskein (enseñar) y tékne (arte), que afianzada indica que, la didáctica es el arte de enseñar, se la concibe como arte por que no separa la teoría de la práctica, a la vez que, la podemos definir como una ciencia porque investiga y experimenta.

De acuerdo con Comenio la didáctica se divide en: matemática, sistemática y metódica. La matemática hace referencia al estudiante, a quien va orientado el aprendizaje. La sistemática constituye los objetivos y a las materias de enseñanza, es decir, las metas que se quiere alcanzar con un plan de estudio. La metódica se refiere al arte de enseñar, la forma en como es ejecutada la clase, en términos generales, la didáctica estudia los métodos y técnicas que emplea el maestro para el proceso de enseñanza.

El método que elija el docente para enseñar debe tener como finalidad escoger un “camino para llegar a su fin”. La representación de un pensamiento para alcanzar las metas propuestas en la enseñanza, se ven reflejadas en el método que es la planeación general que escoge el docente para guiar una clase, por otro lado, tenemos la técnica de enseñanza la cual es considerada un recurso didáctico ya que por medio de este se puede llegar a concretar un momento de aprendizaje, de esta manera se puede identificar cuánto aprendió el estudiante.

En términos generales la didáctica de las matemáticas se considera como una disciplina que está envuelta en un campo de estudio y encargada de buscar solución a los fenómenos y problemas que se encuentren dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.

1.6 Material didáctico concreto.

Es considerado un material concreto todo aquel que facilite la enseñanza al docente ya sea presentando o desarrollando los contenidos y que los estudiantes puedan



trabajar con ellos. Cumple la función de ser manipulado por el estudiante, tal como afirma Montessori⁴, “el niño tiene la inteligencia en la mano”, es decir, aprende por medio de la manipulación y la experimentación.

En el año 1956, Puig Adam⁵ comenzó a revolucionar la idea de cómo se debe enseñar las matemáticas, una de estas fue que se tendría que implementar material concreto para que se vuelva interesante la clase, de esta forma, el profesor podrá darse cuenta que tan participativos son los estudiantes, aun así, el material concreto también tiene la función de poder experimentar con la vida real, es decir, puede ser manipulado y ser comparado con lo que sucede en nuestro entorno, esto es de gran apoyo en la materia de geometría plana y del espacio, ya que es necesaria la representación de teoremas en tercera dimensión.

Un proverbio chino señala: “LO OIGO LO OLVIDO, LO VEO LO RECUERDO, LO HAGO LO APRENDO”. En relación a la frase anterior se entiende que por medio de la experimentación el estudiante tiende a mejorar su retención de conocimientos. El filósofo y pedagogo Gento citando a Jan Komenský⁶ sostiene que:

No hay que describir los objetos, sino mostrarlos. Es preciso presentar todas las cosas, en la medida que sea factible, a los sentidos correspondientes; que el

⁴ **María Montessori** fue una Pedagoga italiana que renovó la enseñanza desarrollando un particular método, conocido como método Montessori, se basaba en el fomento de la iniciativa y capacidad de respuesta del niño a través del uso de un material didáctico especialmente diseñado.

⁵ **Pedro Puig Adam** dedicado a la enseñanza, fue profesor de Geometría Descriptiva y de Metodología Matemática en la Facultad de Ciencias de Madrid y de Análisis Matemático y Cálculo Infinitesimal en la Escuela ICAI de Madrid.

⁶ **Jan Komenský** es considerado el padre de la Pedagogía. Fue teólogo, filósofo y pedagogo, pero su fuerza está en su convencimiento de que la educación tiene un importante papel en el desarrollo de las personas.



alumno aprenda a conocer las cosas visibles por la vista, los sonidos por el oído, lo olores por el olfato” (pg.91).

Durante el desarrollo de la clase el docente tendrá que decidir en qué momento presentar el material concreto elegido, de qué forma lo hará y cuál será el objetivo de ese recurso, para ello se hace pertinente la capacitación del docente en el empleo de metodologías que despierten el interés de sus estudiantes por la asignatura, pues el material concreto como recurso de apoyo al docente facilita contextualizar y visualizar temas complejos de la Geometría, priorizando el aprendizaje significativo a través de la interiorización de conocimientos.

1.7 Fundamentos de la Geometría del espacio.

Para el entendimiento de este tema que tiene por título Geometría del Espacio, comenzaremos por definir ¿Qué es el espacio? Para el mejor entendimiento de los lectores de esta propuesta de titulación se partirá por definir al espacio como el conjunto universo que abarca toda figura geométrica, por ejemplo: los planetas, las estrellas, etc. Es necesario desarrollar el concepto de “punto”, como un elemento que ocupa una posición en el espacio, la representación más simple es la de un granito de arena, pero hay que tener cuidado ya que el punto no tiene grosor.

Por otro lado, está la definición de una recta, que se puede identificar cuando encontramos un hilo tenso o cuando hacemos una marca con un lápiz dibujando una línea, la recta es considerada infinita por el hecho de que se encuentra compuesta por una sucesión infinita de puntos. Así también, se definirá al plano en el espacio, lo más cercana de identificarlo es con una hoja de papel, pues el plano es una superficie infinita formada por infinitos puntos que siguen una misma dirección.

En el estudio del tema “Rectas y Planos en el Espacio” tendremos un sin número de conceptos por definir y otros que no necesitan mayor énfasis en su estudio, tal es el caso de los postulados del plano, debido que son una verdad cierta no necesita ser demostrado y será de gran ayuda para la exposición de los teoremas que se señalaran, algunos ejemplos de estos postulados son: 1) Si dos planos diferentes cortan su intersección es una recta. 2) Si dos puntos están en un plano, entonces, la recta está en el mismo plano. Estos postulados servirán como base para el desarrollo de los teoremas.

Ahora, el estudio de los teoremas o en su defecto sus demostraciones se las hizo con la utilización de axiomas, corolarios y postulados, ya que un teorema es una proposición que puede ser demostrada algunos ejemplos de teoremas relacionados con el tema ya mencionado en el párrafo anterior son: 1) Si una recta intersecta a un plano que no la contiene, entonces la intersección contiene un solo punto. 2) Dado una recta y un punto fuera de ella, hay exactamente un plano que contiene a ambos. La demostración de los teoremas se los hará en el capítulo III, en el que se expone la elaboración de la guía didáctica, bajo la demostración de los teoremas con ayuda de recursos didácticos.

Para centrarse en el estudio del tema “Rectas y Planos en el Espacio”, es necesario recalcar la importancia de algunos elementos básicos como las posiciones relativas que pueden tener dos planos en el espacio y como pueden ser estas paralelas, como se muestra en la imagen 1, o como se pueden cortar en una recta como se ve en la imagen 2



Imagen 1

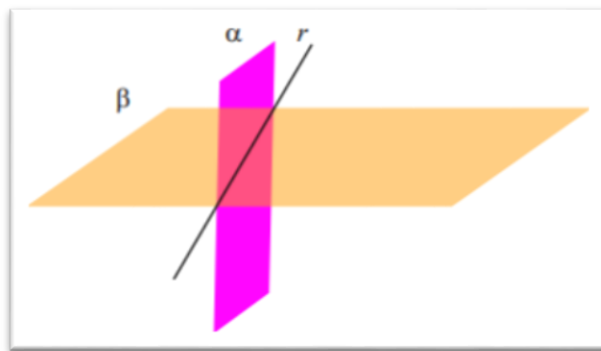


Imagen 2

Ahora se abordará la deducción de un plano en el espacio, detalladamente, normalmente se le asigna una letra griega y se lo representa de una forma trapezoidal como se ve en la imagen 3. Ahora bien, dos planos en el espacio pueden ser paralelos o cortarse en una recta, también se da el caso que dos rectas en el espacio pueden cortarse en un punto, ser paralelas o cruzarse sin cortarse, como se muestra en la imagen 4.



Imagen 3

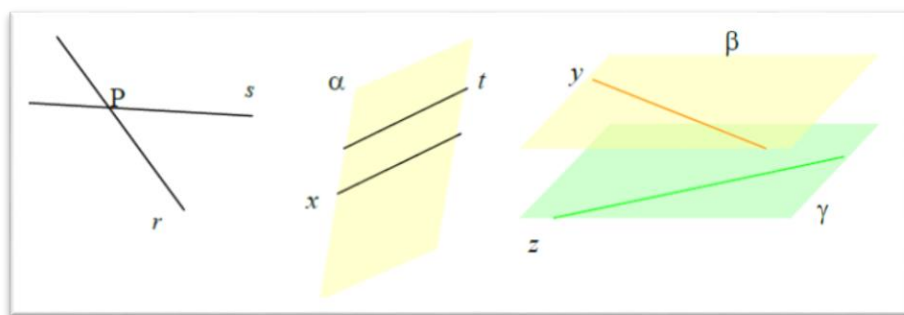


Imagen 4

Un punto en el espacio es representado por la letra “P” y por una terna ya sea esta $(X; Y; Z)$,

indicando la coordenada de dicho punto en el sistema de referencia del espacio, esto lo podemos observar en la imagen 5.

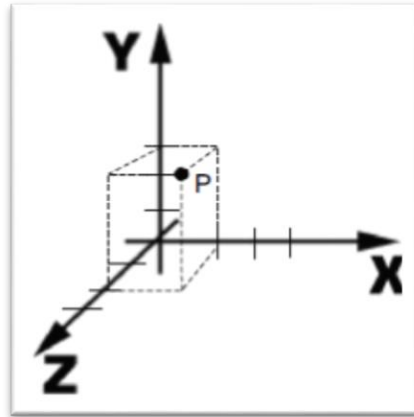


Imagen 5



1.7.1 La Geometría del espacio y su dificultad.

La Geometría del Espacio resulta compleja en su enseñanza y/o aprendizaje, es por ello que, en los siguientes párrafos se abordarán los problemas que se consideraron, basados en la experiencia del autor, para realizar la propuesta del presente trabajo de titulación.

Uno de los problemas que se presenta es el lenguaje que utilizan los libros de Geometría Plana y del Espacio en la descripción de sus teoremas, corolarios y axiomas, los mismos que están expuestos en términos que resultan difíciles de comprender para la mayoría de los estudiantes. A este problema se le suma lo complejo que puede resultar demostrar varios teoremas en los contenidos de “Rectas y Planos en el Espacio”.

Entre otras dificultades que se presentan durante el desarrollo del trabajo cabe mencionar lo complicado que resulta imaginarse un plano, la intersección de dos planos o a su vez el corte de tres planos con una recta en el espacio, es decir, en tercera dimensión, para ello convendría hacer uso de material didáctico que facilite su visualización, tal como menciona Ramirez citando a Gutierrez (2006) la visualización es el conjunto de imágenes, representaciones, procesos y habilidades para producir, analizar, transformar, y/o comunicar información visual sobre objetos reales, modelos y conceptos geométricos.

Relacionando las palabras de Ramirez con la enseñanza de la Geometría del Espacio, se asume que es necesario contar con una buena imaginación y habilidades que permitan visualizar dichos planos. Para aquello es importante trabajar el material didáctico en conjunto con la memoria espacial de los estudiantes, que serán necesarios para el entendimiento de la materia que se pretende desarrollar en la guía didáctica.



1.7.2 Memoria espacial.

La memoria espacial se la puede definir como la capacidad que tiene una persona en relacionarse con el entorno en el espacio que lo rodea, de esta forma si un objeto cambia de posición en el espacio, la ya mencionada memoria espacial, ayudaría a comprender de qué forma lo hizo, de forma que, desde la dimensión 2D a la dimensión 3D, permitiría visualizar el objeto o la figura desde distintos ángulos y perspectivas.

Para centrarse en el estudio de la memoria espacial cabe especificar que existen dos tipos: memoria espacial de corto plazo y memoria espacial de largo plazo, en este caso, es de nuestro interés la memoria espacial a corto plazo por ser utilizada en el aprendizaje, razonamiento y comprensión, ya que permite recordar lugares que ya se han visitado y también ayuda a relacionar los objetos con el espacio. (Gómez; 2008).

Para el entendimiento de cómo funciona la memoria espacial de corto plazo se hará una comparación con la memoria espacial a largo plazo. Cuando una persona visita la casa de un compañero de trabajo el recuerda donde queda el baño tras haber entrado y salido de él, esto nos permite hacer la memoria espacial a corto plazo, ahora bien, cuando nosotros estamos en nuestra casa y queremos ir al baño lo podemos hacer en oscuras eh incluso con los ojos cerrados esto nos lo permite la memoria a largo plazo.

La información que se pueda juntar sobre la memoria espacial a corto plazo es esencial ya que guarda información para el reconocimiento con el entorno del estudiante y por ende la orientación espacial del mismo, es normal que los estudiantes se equivoquen con la ubicación de algunos puntos en el espacio o con la imaginación de figuras en 3D, para facilitar dicho trabajo es necesario la utilización de material concreto en el estudio de figuras que son complejas de imaginar al comienzo del estudio de la Geometría Espacial.



CAPITULO II

MÉTODOS Y TÉCNICAS

2.1 Metodología.

El presente trabajo de titulación tiene como objetivo recolectar información con la finalidad de demostrar estadísticamente las dificultades que poseen los estudiantes en el aprendizaje de las rectas y los planos en tres dimensiones, así como identificar las complejidades que enfrentan los mismos en el aula de clase y sus aplicaciones en la vida cotidiana. Además, se busca también valorar el conocimiento previo mínimo necesario de los estudiantes para asegurar la comprensión absoluta del tema antes mencionado.

2.2 Población a estudiar.

La población total considerada será todos los estudiantes de segundo; cuarto; quinto y séptimo ciclo de la carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca, a quienes se le ha aplicado un cuestionario de nueve preguntas de opción múltiple. Se inició con una encuesta piloto con el objetivo de cerciorarse de que las interrogantes planteadas sean de fácil entendimiento para los estudiantes con el afán de evidenciar la problemática.

Una vez culminado el proceso de la prueba piloto se procedió a la aplicación de la encuesta a un total de 79 estudiantes de la carrera de Matemáticas y Física.

2.3 Técnica a utilizar.

La técnica aplicada ha sido un cuestionario para el estudiante, la cual trata dos aspectos primordiales: la primera parte contiene preguntas relacionadas con los recursos didácticos y pretende conocer si los mismos le ayudarían a mejorar su desenvolvimiento



en el aula; la segunda parte se relaciona con el tema “Rectas y Planos en el Espacio”, y las dificultades que el estudiante presentó en su momento de aprender el tema.

2.4 Análisis de la encuesta.

- 1) Actualmente, ¿Cuál es su conocimiento acerca de los teoremas de las rectas y planos en el espacio?

Categorías	Estudiantes	Porcentaje (%)
Excelente	4	5.06
Bueno	22	27.85
Aceptable	46	58.23
Regular	6	7.60
Malo	1	1.27
TOTAL	79	100.00

Tabla # 1: Resultados pregunta # 1. Fuente: Autoría propia.

En la tabla se puede examinar el nivel de conocimiento que posee los estudiantes de la Carrera de Matemática y Física acerca del tema “Teoremas de las rectas y planos en el espacio”. Las opciones bueno y aceptable fueron elegidas por un grupo de 68 estudiantes el mismo que da un 86.08%. No olvidar que en esta pregunta solamente recoge la percepción de los estudiantes con respecto al tema, más no su real conocimiento y dominio acerca de las rectas y los planos.

- 2) ¿Qué recursos didácticos en el tema “Rectas y Planos en el Espacio” ayudarían a captar mejor las figuras en tercera dimensión?

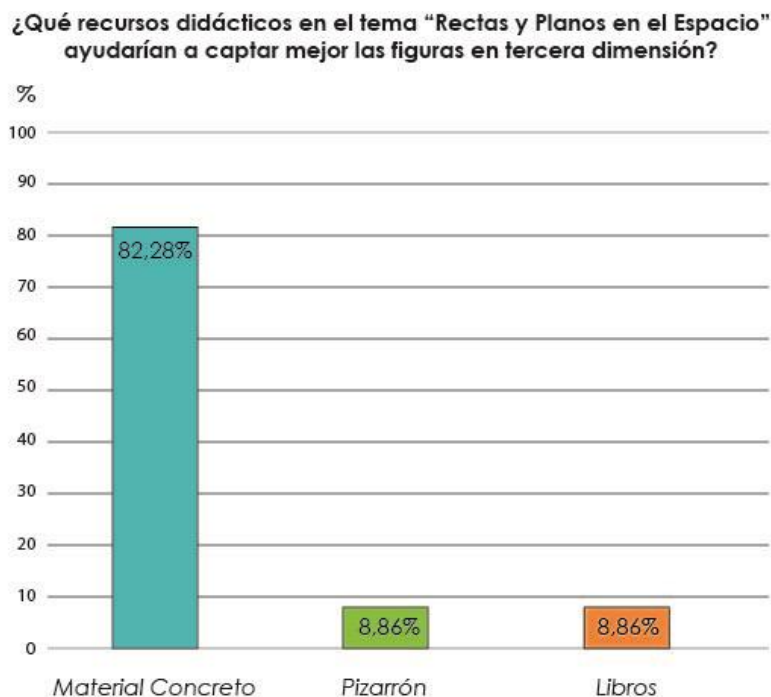


Gráfico # 1, Fuente: Autoría Propia

En el gráfico # 1, se evidencia que los estudiantes optaron por la opción de material concreto debido a que es un recurso manipulable que ayuda a su proceso de entrenamiento. Un total de 65 encuestados, es decir, el 82.28% manifiesta que en el tema de “Rectas y Planos en el Espacio” es preferible el uso de material concreto para el proceso de enseñanza-aprendizaje en comparación con el pizarrón y los libros.

3) ¿Qué tan a menudo el docente ha utilizado recursos didácticos en el tema “Rectas y Planos en el Espacio”?

¿Qué tan a menudo el docente ha utilizado recursos didácticos en el tema “Rectas y Planos en el Espacio”?

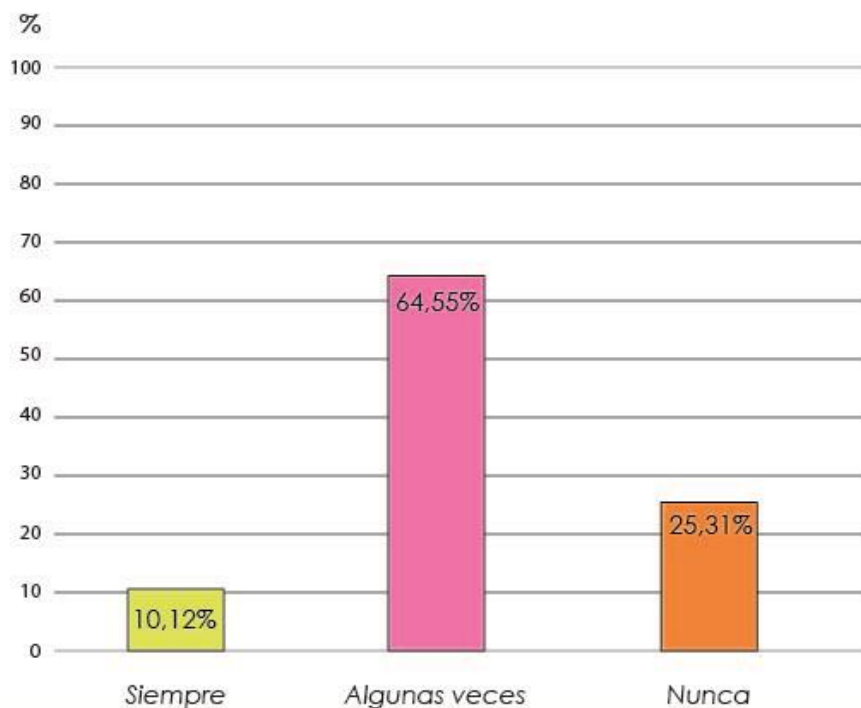


Gráfico # 2, Fuente: Autoría Propia

El gráfico # 2 nos permite visualizar que tan a menudo el docente ha utilizado recursos didácticos en el aula. Se aprecia que 72 encuestados eligieron la opción entre algunas veces (64.55%) o nunca (23.31%), lo que demuestra que el uso de dichos recursos es precario. Sin embargo, lo ideal sería que su uso sea frecuente en el desarrollo del tema “Rectas y Planos en el Espacio”.

- 4) ¿Qué tipo de aprendizaje cree que predominó en la clase de “Rectas y Planos en el Espacio”?

Aprendizaje Mecánico: Repite los procedimientos de los ejercicios realizados en el aula.

Aprendizaje Significativo: El estudiante reflexiona sobre lo que aprende e investiga para mejorar su aprendizaje

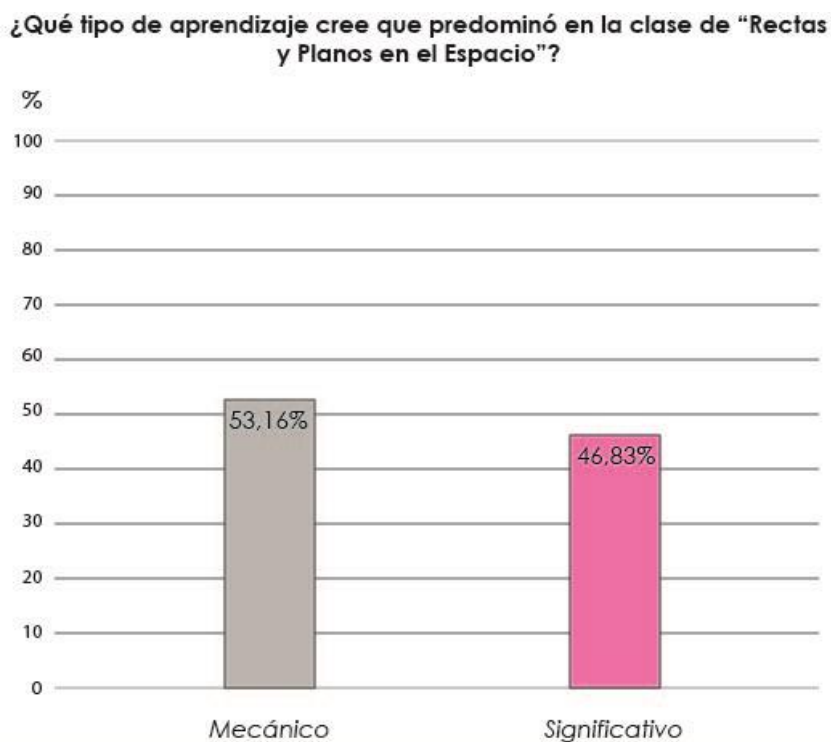


Gráfico # 3, Fuente: Autoría Propia

En el gráfico # 3 se puede observar el tipo de aprendizaje que predominó en la clase de “Rectas y Planos en el Espacio”. Se tiene un total de 42 estudiantes (el 53,16%) quienes afirman que influyó un aprendizaje mecánico en el tema ya mencionado, pero 37 estudiantes (46,83%) quienes optaron por la opción de que prevaleció un aprendizaje significativo, lo cual nos remite a buscar nuevas metodologías de enseñanza o la integración de recursos didácticos para que aquellos 42 estudiantes alcancen un aprendizaje constructivista.

5) ¿Cómo calificaría Ud. su participación en la clase de Geometría Plana y del Espacio?

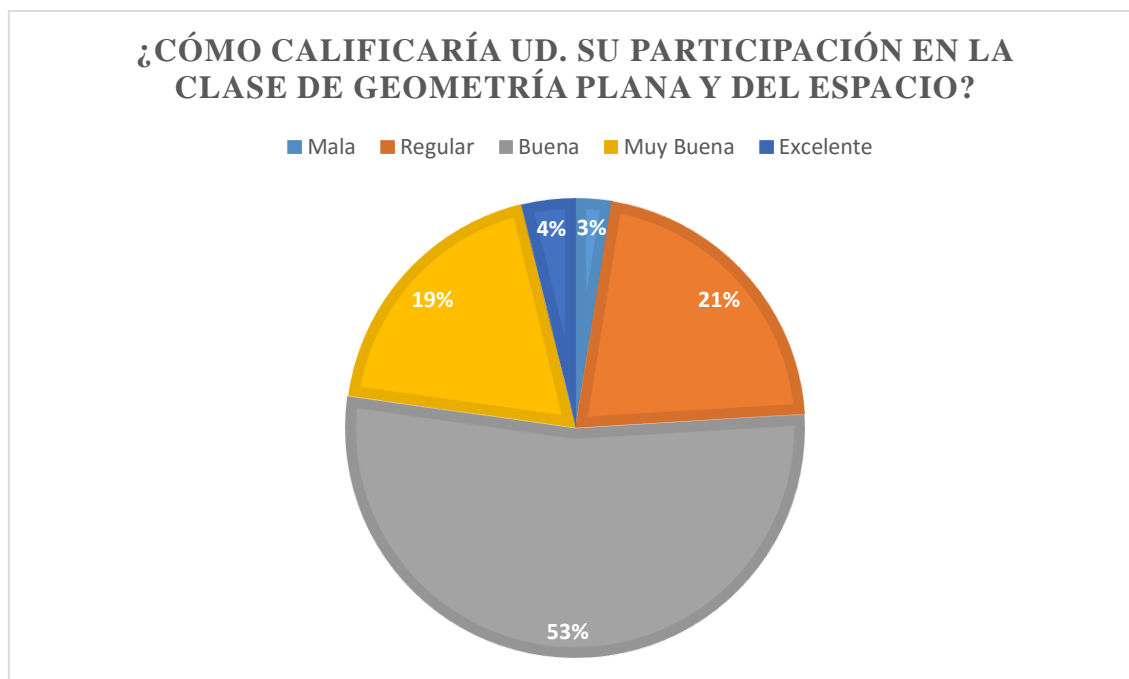


Gráfico # 4, Fuente: Autoría Propia

En el gráfico # 4 se ve reflejada la participación de los estudiantes en la clase, se evidencia que el 53% y el 21% de encuestados tiene una participación entre buena y regular. Siendo estrictos en el análisis, se puede expresar que la participación del 74 % (unión entre buena y regular) fue intrascendente e indiferente debido a que lo eficaz sería que aquellos estudiantes hubiesen tenido una excelente intervención.

6) Quando el docente ha impartido la clase de “Rectas y Planos en el espacio” ¿lo ha relacionado con ejercicios prácticos que se pueden encontrar en la vida real?

Categorías	Encuestados	Porcentaje (%)
Lo ha hecho en la mayoría del tema	11	13.92
Relacionó algunos teoremas con ejercicios prácticos.	41	51.90



Dio a conocer uno o dos ejercicios prácticos.	14	17.72
Nunca relacionó lo que se aprendió en la clase con la vida real.	13	16.46
TOTAL	79	100.00

Tabla # 3: Resultados sobre los ejercicios prácticos realizados por el docente en la cotidianeidad. Fuente: Autoría propia.

Esta pregunta de enorme importancia manifiesta si el docente relacionó los ejercicios del tema “Rectas y Planos en el Espacio” con la vida real. La primera opción que afirma que lo hizo la mayoría de veces ha obtenido una selección de 11 estudiantes que equivalen al 13.92%. Tanto la segunda como la tercera opción fueron escogidas por 55 estudiantes que equivale al 69.62% y hace alusión a que en ocasiones correspondió el tema con ejercicios prácticos. La última opción que indica si el docente no relacionó lo que se aprendió en clases con la vida real fue escogida por el 16.46% de encuestados. Estos resultados enseñan que durante el desarrollo del tema se relacionó algunos teoremas de vez en cuando con ejercicios prácticos.

7) Qué clase de enseñanza considera Ud. que predominó en el desarrollo del tema “Rectas y Planos en el Espacio”

Tradicional: El docente transmite al estudiante sus conocimientos de la manera que el los aprendió.

Conductista: El docente transmite sus conocimientos a partir de una planificación previa, obteniendo una interacción con el estudiante.

Constructivista: El estudiante construye su conocimiento con la guía del docente.

¿Qué clase de enseñanza considera Ud. que predominó en el desarrollo del tema "Rectas y Planos en el Espacio"?

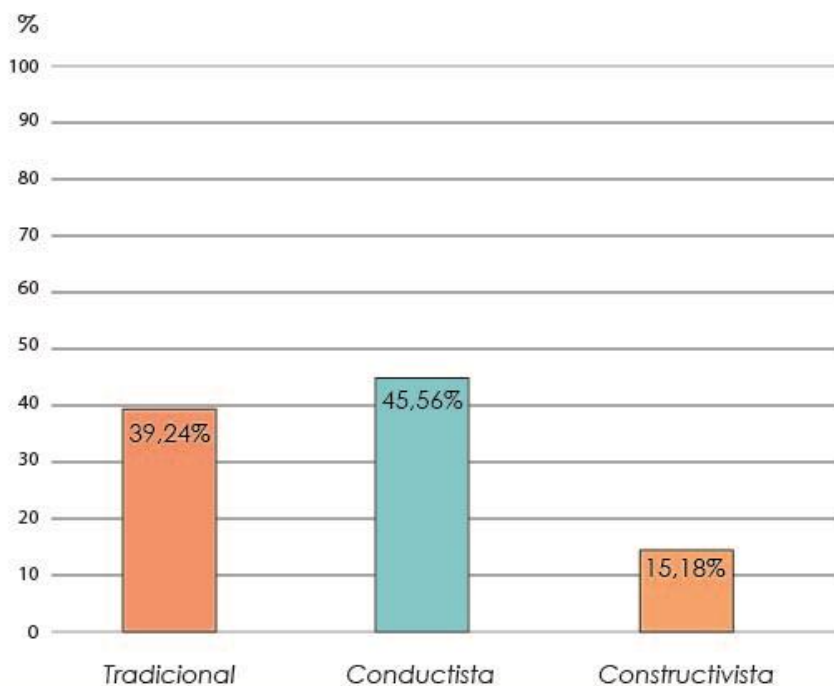


Gráfico # 5 Fuente: Autoría Propia

En el gráfico # 5 se puede evidenciar que un total de 31 estudiantes consideran que tuvieron una enseñanza tradicionalista del tema, los estudiantes restantes que son 36 optaron por la opción de aprendizaje conductista y los otros 12 encuestados seleccionaron que tuvieron una enseñanza constructivista. Por lo tanto, se puede afirmar que en las aulas de la carrera de Matemática y Física aún prevalece una enseñanza conductista-tradicional.

2.5 Análisis de resultados

Los resultados que se obtuvieron tras la encuesta aplicada a los estudiantes de la carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca dan una muestra de la clase de aprendizaje y enseñanza que se está dando en las clases de la asignatura "Geometría Plana y del Espacio".



La mayoría de los estudiantes encuestados en la primera pregunta respondieron que sus conocimientos acerca de la materia eran aceptables, pero las percepciones son conjeturas y especulaciones que no necesariamente son ciertas. Además, se podría mejorar el aprendizaje con la ayuda de recursos didácticos, tal afirmación estaría sustentada en la respuesta de la pregunta dos, en la que 65 estudiantes de los 79 expresan que los recursos didácticos son esenciales para obtener resultados óptimos en la enseñanza, más aun si se trata de los principios básicos de la geometría del espacio.

En un porcentaje significativo, los estudiantes consideran que su aprendizaje del tema “Rectas y Planos en el Espacio” fue mecánico, esta respuesta no es de sorprenderse por el hecho de que la materia de geometría plana y del espacio es abstracta. Por ello es necesario que se apliquen ejercicios prácticos y contextualizados que se puedan aplicar en la vida cotidiana de los estudiantes para su mejor entendimiento.

La geometría es considerada como una disciplina compleja y rigurosa debido a que la memoria espacial de la mayoría de las personas no está desarrollada acorde a las exigencias de la asignatura. Los estudiantes (el 45% aproximadamente) en relación con la pregunta acerca de la enseñanza, creen que predominó en el desarrollo del tema “Rectas y Planos en el Espacio”, y afirman que recibieron una enseñanza conductista. En general se busca que el docente sea creativo y busque enseñar de una forma constructivista, dando como resultado un tema bien elaborado y entendido en su totalidad.

La memoria espacial es la responsable de captar y registrar la información sobre lo que sucede en el entorno convirtiéndose en un mapa cognitivo; existen dos clases de memoria espacial: a corto plazo y largo plazo. Se las puede definir como almacenamiento temporal, que administra la información que sea necesaria para



completar tareas complejas como la imaginación en tercera dimensión, la memoria espacial a corto plazo cumple las tareas del aprendizaje, razonamiento y la comprensión del mismo.

La falta de desarrollo de la observación y de la visualización de objetos en tres dimensiones dentro de la mente son factores preponderantes que dificultan el aprendizaje de las rectas y los planos. Aquel entrenamiento lamentablemente no es proporcionado en las instituciones educativas debido a que los docentes también carecen de la habilidad. Por tal razón, el material concreto es esencial para potenciar esas características y llevar a cabo un aprendizaje correcto, completo sin perder detalles primordiales en las demostraciones de los teoremas. Sin embargo, no significa que con la construcción del material el estudiante tendrá la destreza suficiente para obtener éxito en la asignatura, se requiere de un tiempo considerable obtener esa pericia.

Por tal razón, las rectas y los planos son los indicados para iniciar la ejercitación de la observación y la memoria espacial debido a que son los elementos espaciales más sencillos de aprender. Desafortunadamente si no se domina este conocimiento, el estudiante tendrá problemas muy serios de comprensión en los contenidos ulteriores de la asignatura (prismas, pirámides, paralelepípedos) debido a que están compuestos por planos.

La bibliografía utilizada también es otro factor a tener en cuenta. Existe un alto porcentaje de alumnos que manifiestan su descontento y apatía en la lectura debido al lenguaje de alta rigurosidad creando una visible apatía. Con el tiempo se pudo obtener una copia de los textos en el idioma original y se ha verificado que revisando los contenidos y los capítulos en forma secuencial, existen incoherencias e inconsistencias en las traducciones creando un problema adicional a los estudiantes. Considerando esa



UNIVERSIDAD DE CUENCA

problemática, se pretende realizar las demostraciones de los teoremas en forma tridimensional.



UNIVERSIDAD DE CUENCA

CAPITULO III

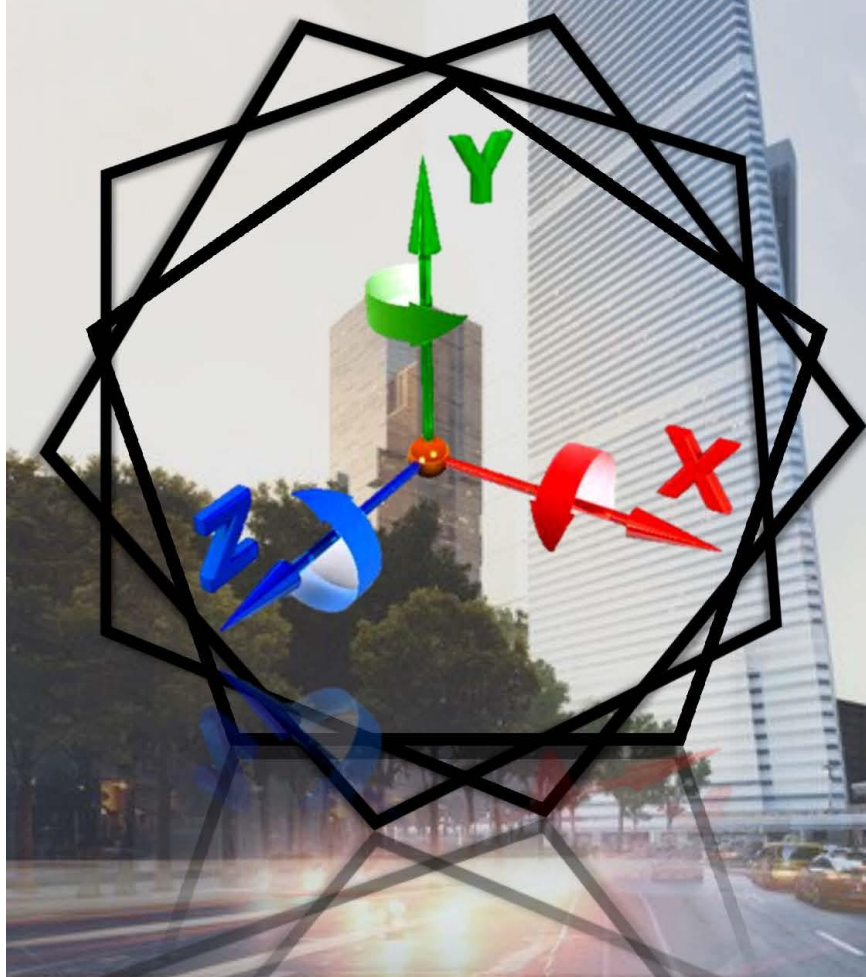
PROPUESTA

RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

GUÍA DIDÁCTICA

*"La matemática es la ciencia del orden y la medida,
de las bellas cadenas de los razonamientos, todos sencillos y
fáciles"*
-René Descartes

**Teoremas
y
Actividades**



Autor: Richard Portugal U.
Director: Ing. Xavier González R.

PRESENTACIÓN

La siguiente guía didáctica se ha desarrollado tomando en cuenta los puntos más sobresalientes de la enseñanza constructivista, de acuerdo como avanzan los estudiantes en el campo educativo, tiene como finalidad ayudar a interpretar los teoremas del libro: Geometría Plana y del Espacio de Wentworth - Smith, capítulo “Rectas y Planos”.

La guía tiene un contenido selecto separado por cuatro actividades, la primera actividad cuenta con tres clases que se subdividen en grupales e individuales. Las actividades dos y tres están compuestas por cuatro clases respectivamente, en estas se pretende trabajar el desarrollo de los teoremas con la explicación del docente y poniendo en práctica los conocimientos nuevos utilizando el recurso didáctico preparado para la demostración de dichos teoremas. La cuarta actividad tiene dos clases que contienen la misma temática de las anteriores.

ACTIVIDAD N° 1

1.- Cinco Postulados del Plano.

Para las matemáticas los postulados son expresiones que responden a una verdad sin una demostración o evidencia, pese a la falta de pruebas se la admite.

2.-Conceptos básicos de la Geometría Plana y del Espacio.

La geometría es la rama de las matemáticas que se encarga del estudio de las figuras, es decir, del cálculo del área, volumen, perímetro, etc. Etimológicamente proviene del griego "geo" tierra y "metrein" medir.

3.- Construcción de Puntos.

Tomemos en cuenta que el punto es un elemento fundamental de la geometría, ya que por medio de él determinamos rectas y planos.

Richard Portugal U.

CINCO POSTULADOS DEL PLANO

Objetivo: Identificar y analizar los cinco postulados del plano.

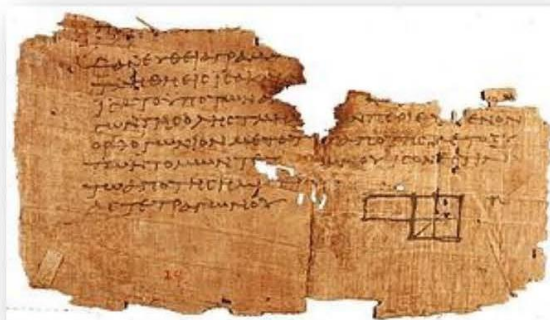
ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar la hoja de trabajo ya resuelta.
- 2) Se recomienda utilizar los conceptos de la siguiente hoja.
- 3) Terminada la explicación el estudiante resolverá el cuestionario propuesto.



Euclides. Fuente: <https://sites.google.com/site/eulcides/retratos>

Euclides fue un famoso matemático quien escribió la obra "Los Elementos", la misma que ha tenido más de mil ediciones desde su primera publicación en imprenta en el año de 1482, por lo que se puede afirmar que es el matemático más leído en la historia, en esta famosa obra escribió "los cinco postulados de Euclides", también consta de trece libros de geometría y aritmética



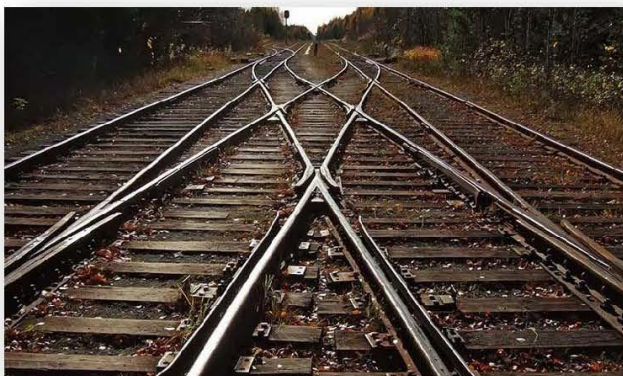
Primeros apuntes de la obra "Elementos de Geometría"

CINCO POSTULADOS DEL PLANO

HOJA PARA EL DOCENTE



Las vías del ferrocarril
son rectas paralelas.



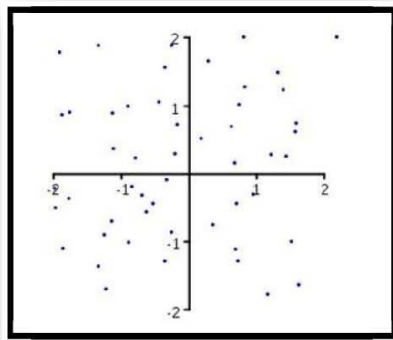
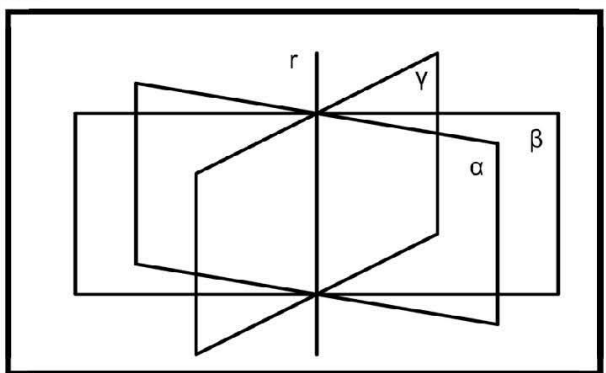
Fuente: <http://planoinformativo.com/60333/quieren-elevar-vias-del-ferrocarril-slp>

TRABAJO EN CLASE

Se sugiere formar grupos de trabajo y posterior a ello se procederá a explicar los cinco postulados del plano. Para esto el docente podrá ayudarse del pizarrón o del respectivo recurso didáctico.

Postulado N° 1:

Por un punto del espacio pasan infinitos planos.

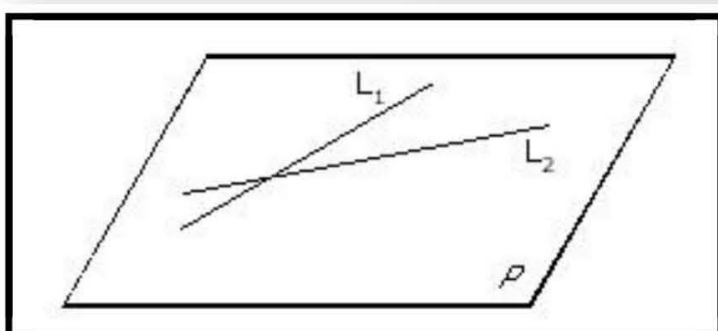
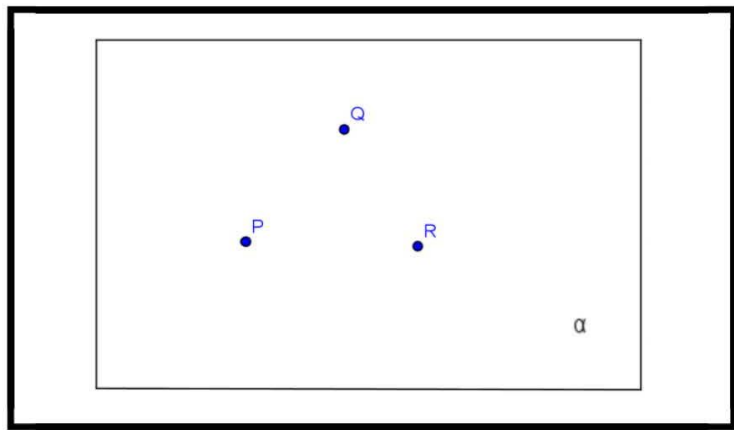


Postulado N° 2: Por dos puntos del espacio (y por ende una recta), pasan también infinitos planos.

HOJA PARA EL DOCENTE

Postulado N° 3:

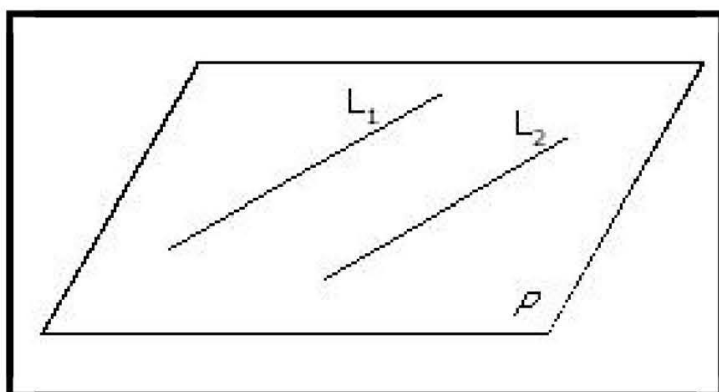
Por tres puntos que no estén sobre la misma recta pasa un solo plano.

**Postulado N° 4:**

Por dos rectas que tengan un punto en común, pasa un solo plano.

Postulado N° 5:

Por dos rectas paralelas pasa un solo plano.





HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Indicaciones: Responda con sus propias palabras las siguientes preguntas.

1. ¿ Por qué se obtiene un borde recto cuando se dobla una hoja de papel ?

2. Si de un punto exterior se trazan a un plano oblicuas iguales y una perpendicular, ¿ las oblicuas formarán ángulos iguales con las rectas trazadas por sus pies y el de la perpendicular?

3. En el espacio, ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

Nota: Se trabaja con el sistema OXYZ

- (a) Dos planos distintos siempre determinan una recta.
- (b) Toda recta se puede representar como la intersección de dos planos, uno que pasa por el origen y otro que no corta al eje OZ.
- (c) Toda recta se puede representar como la intersección de dos planos, uno paralelo al plano XY y otro que no corta al eje OZ.

¿SABIAS?

El papel fue inventado por Ts' ai Lun en el año 105 DC, en China a partir de desperdicios de tela. Su nombre deriva de papyrus que era el material que se utilizaba antes.

CONCEPTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA PLANA Y DEL ESPACIO.

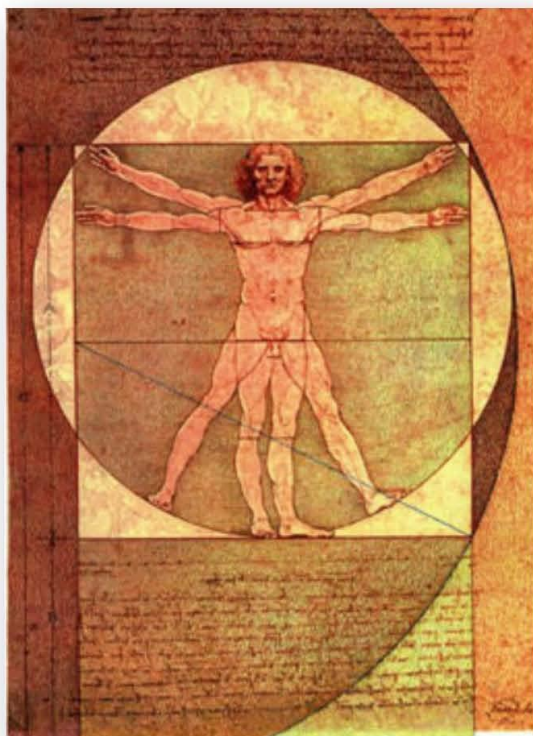
46

Objetivo: Recordar conceptos básicos de la Geometría Plana y del Espacio.

Nota: Para esta clase se necesitarán pliegos de papel periódico y marcadores de pizarra.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar la hoja de trabajo ya resuelta.
- 2) Es recomendable usar la técnica lluvia de ideas.
- 3) Todas las ideas se anotarán en el pizarrón y se llegará a una definición como la del docente.



¿LO SABIAS?

La geometría fue creada con el propósito de medir la tierra y tener datos sobre ella, siendo así una de las ciencias más antiguas. Al principio solo tenía relación con longitudes, áreas y volúmenes de figuras, aun así, en Egipto ya se utilizaban axiomas.



HOJA PARA EL DOCENTE

Las dos líneas blancas de la carretera parecen juntarse en el horizonte, sin embargo, siempre son paralelas.



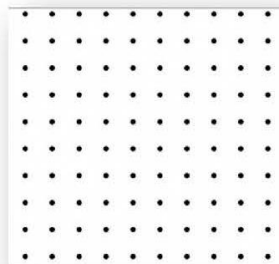
Fuente: <http://www.reciprocco.org/lineas-de-trabajo/>

TRABAJO EN CLASE

Una vez dadas las indicaciones se procederá a realizar la técnica lluvia de ideas para desarrollar cada concepto.

Punto:

Tiene una sola ubicación en el espacio o en una superficie plana.



Línea:

Una colección de puntos que se encuentran íntimamente con otros.



Segmento de línea:

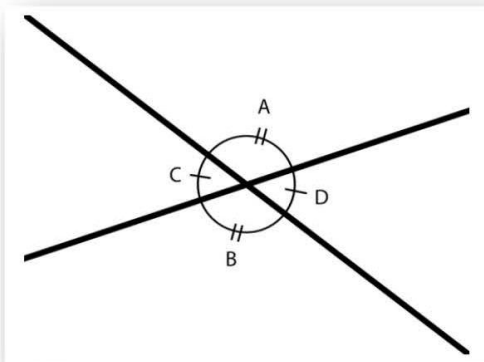
Una parte de una línea con dos extremos.



HOJA PARA EL DOCENTE

Ángulo:

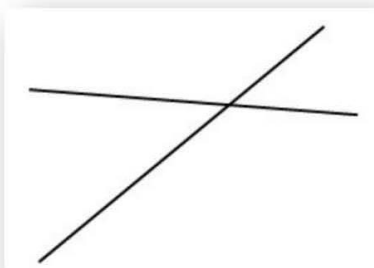
Dos rectas que comparten un punto final.

**Líneas Paralelas:**

Líneas que nunca se cruzan.

**Líneas secantes:**

Líneas que pasan por el mismo punto.



Rectas secantes en un panel solar.

Fuente: https://www.tiposde.com/rectas_secantes.html

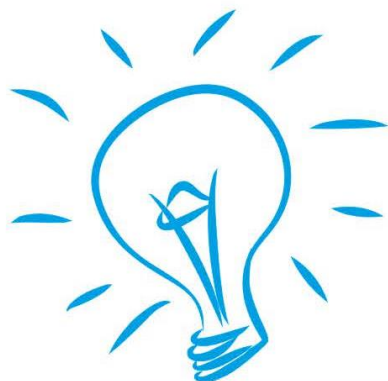
CONSTRUCCIÓN DE PUNTOS.

Objetivo: Aplicar y representar lo aprendido en las clases anteriores.

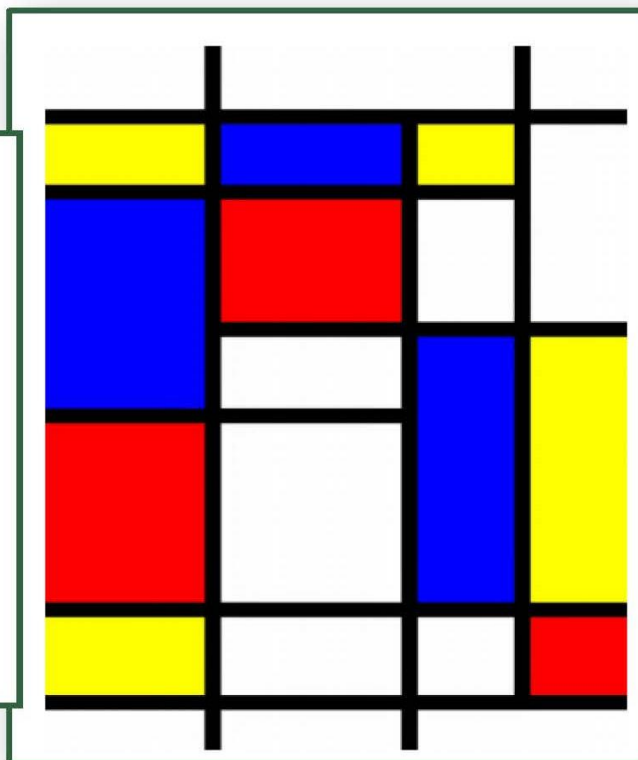
Nota: Para esta clase será necesario contar con hojas de papel bond u hojas de cuaderno A4.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar la hoja de trabajo ya resuelta
- 2) Terminada la explicación del profesor los estudiantes llenarán un cuestionario



El pintor holandés Piet Mondrian (1872-1944) elaboró sus cuadros a partir de la intersección de líneas negras horizontales y verticales, que forman cuadrados y rectángulos, delimitando sus superficies, tal como se puede apreciar en la pintura realizada en



HOJA PARA EL DOCENTE

Todo el espacio esta formado por puntos.

Fuente: <http://www.fondox.net/wallpaper/1920x1200/2157-nebulosas-y-el-espacio.html>

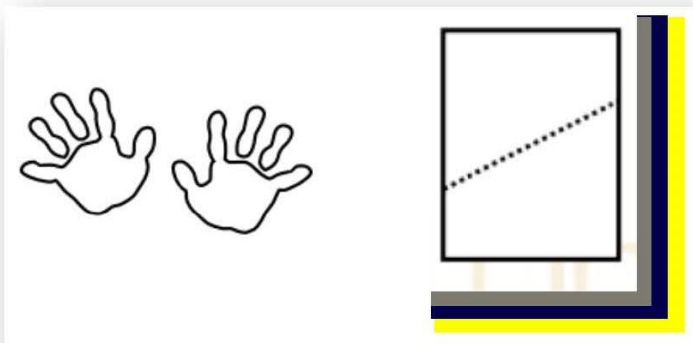


Objetivo:

Percibir que dos rectas que se cortan lo hacen en un punto

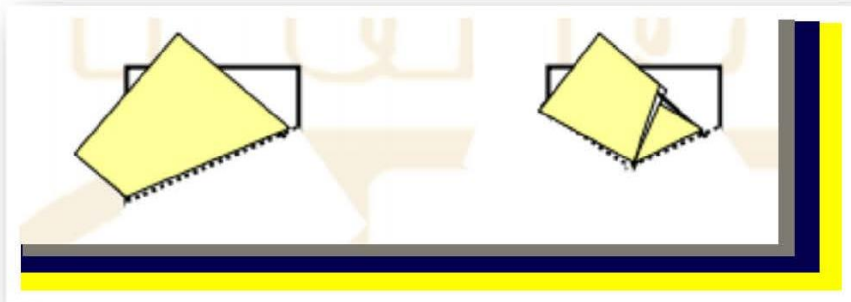
ACTIVIDADES:

1. Hacer un doblez en el papel.



Ejercicio tomado de: Consuelo C.; Francisco D.; Sandra G.; Manuel J.; Marta M.; María P.; José L.; (2009); "Geometría plana con papel"; (Tesis doctoral); Universidad de Granada.

2. Realizar otro doblez que pase por algún lugar del primer doblez



3. Desdoblar: el punto de intersección de los dos dobleces es un punto.

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

NOTA:

Primero se trabaja con el recurso didáctico y después se procede a responder las preguntas .

**ACTIVIDADES:**

1. Cuando construiste un punto doblando el papel.

¿Qué preguntas vinieron a tú mente?

2. Explica cómo lo has conseguido

3. ¿Puedes hacer lo mismo con dobleces en diferentes ángulos?

ACTIVIDAD N° 2

TEOREMA I.

La intersección de dos planos es una recta.

TEOREMA II.

Si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, lo es al plano que determinan.

TEOREMA III.

Todas las perpendiculares a una recta en un mismo punto están en un plano perpendicular a ella en ese punto.

TEOREMA IV.

Por un punto cualquiera de un plano puede trazarse al plano una perpendicular, y sólo una.

PRESENTACIÓN

Los teoremas que se presentan a continuación del tema “Rectas y Planos”, son tomados del libro Geometría Plana y del Espacio que tiene por autores a Jorge Wentworth y David Eugenio Smith. Dichos teoremas se los pretende trabajar bajo una enseñanza constructivista y un aprendizaje significativo, es decir, la explicación y desarrollo de estos se los hará en dos partes. Lo que se pretende es que el docente trabaje la demostración de los teoremas basándose en el libro ya mencionado, explicando a detalle cada paso hasta llegar a la demostración de los teoremas. El aprendizaje significativo será desarrollado por los estudiantes utilizando el recurso didáctico preparado para este momento de la clase.

NOTA: Tanto el docente como el estudiante contarán con una tabla de teoremas y corolarios ya demostrados, tomados del libro de Wentworth - Smith, de la sección de Geometría Plana



Hipatia de Alejandría.

Fue hija de Teón de Alejandría filósofo y matemático griego que inculcó a su hija en el mundo de la filosofía, matemáticas y astronomía. Hipatia tuvo importantes aportes a la geometría tal fue el caso que asistió a su padre en la revisión de "Los Elementos" de Euclides, obra que se utiliza actualmente en el estudio de la geometría.

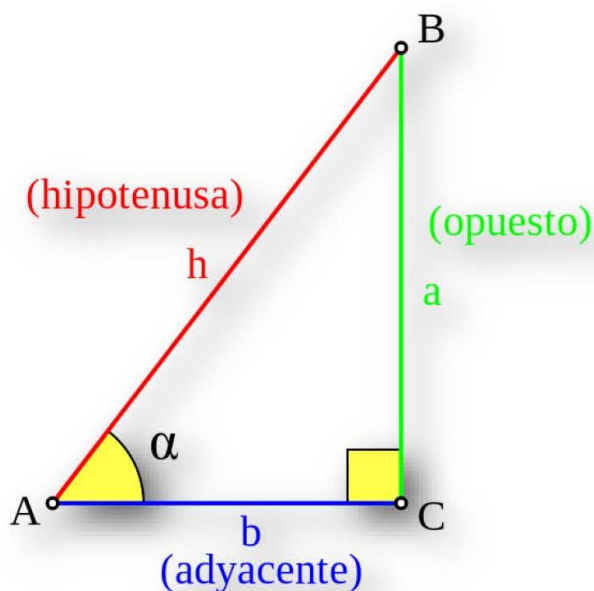
TEOREMA I

La intersección de dos planos es una recta.

Objetivo: Conocer y desarrollar el primer teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Es recomendable utilizar el recurso didáctico para lograr una mejor comprensión.
- 3) Se sugiere trabajar en grupos de cuatro personas para la resolución del teorema.
- 4) Los estudiantes contarán con una hoja en donde se proponen preguntas que guiarán a éste a llegar a su conclusión mediante la demostración del Teorema propuesto.

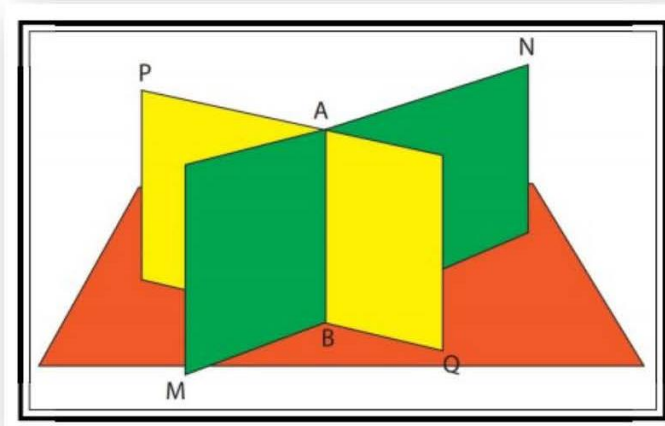


PARA RECORDAR:

Los teoremas son proposiciones cuya verdad necesita ser demostrada, por argumentos lógicos u operaciones matemáticas, como ejemplo tenemos el teorema de Pitágoras.

La suma de los catetos elevados al cuadrado del triángulo rectángulo es igual a su hipotenusa elevada al cuadrado. Se lo puede demostrar con operaciones matemáticas.

HOJA PARA EL DOCENTE



La intersección de dos planos es una recta.
Fuente: Autoría Propia

Sean **MN**, **PQ** dos planos que se cortan. Demostrar que la intersección de los planos **MN** y **PQ** es una línea recta.

DEMOSTRACIÓN

Colocar dos puntos **A** y **B** pertenecientes a la intersección, trazamos la recta **AB**.

Corolario: Es una superficie plana, una superficie tal que la recta que une dos cualesquiera de sus puntos tiene todos sus otros puntos en la misma superficie.

La recta **AB** contiene todos los puntos comunes a los dos planos, entonces es la intersección de los dos planos.

Corolario: Llamaremos intersección de dos planos la línea que contiene todos los puntos comunes a los dos. **LQPD**

TEOREMA I

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Haciendo uso del respectivo material didáctico y con sus propias palabras realice la demostración que se pide a continuación. Proceda a realizar el respectivo armado como se muestra en la imagen.

Fuente: Autoría Propia

Intersección de dos planos es una recta.



Siendo **MN**, **PQ** dos planos que se cortan. Demostrar que la intersección de estos dos planos es una línea recta.

¿Qué entiende por superficie plana?

¿A qué llamamos intersección?

¿Cuál es la recta en común de las dos superficies planas **MN** y **PQ**?

Para que la recta **AB** sea la intersección de los dos planos. ¿Qué debe contener?

TEOREMA I I

Si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, lo es al plano que determinan.

Objetivo: Conocer y desarrollar el segundo teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar la tabla de teoremas y corolarios.
- 2) Es recomendable utilizar el recurso didáctico para lograr una mejor comprensión.
- 3) Se sugiere trabajar en grupos de cuatro personas para la resolución del teorema.
- 4) Los estudiantes contarán con una hoja para resolver cada teorema, además de ello podrán utilizar los recursos didácticos para ampliar sus conocimientos.



Palo Encebado. Fuente: <https://mapio.net/pic/p-23488222/>




APLIQUEMOSLO A
NUESTRO DIARIO
VIVIR.

El palo encebado, es un juego tradicional de Ecuador mide de 10 a 15 metros de altura y resulta ser un claro ejemplo del teorema dos, ya que el palo es perpendicular al suelo y se encuentra interceptado por las líneas que dividen la calle.

TEOREMA II

TEOREMAS Y COROLARIOS

TEOREMAS	COROLARIOS
Teoremas N°1 La perpendicular bisectriz de una recta es el lugar geométrico de todos los puntos equidistantes de los extremos de la recta.	Corolario N°1 Las partes homólogas de dos figuras congruentes son iguales.
Teorema N°2 Si los tres lados de un triángulo son respectivamente iguales a los tres lados de otro, los dos triángulos son iguales.	Corolario N°2 Dos puntos equidistantes de los extremos de una recta determinan la perpendicular bisectriz de esa recta
Teorema N°3 Si dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido son respectivamente iguales a dos lados y el ángulo comprendido de otro triángulo, los dos triángulos son iguales.	



Las pirámides son figuras geométricas que están formadas por rectas.

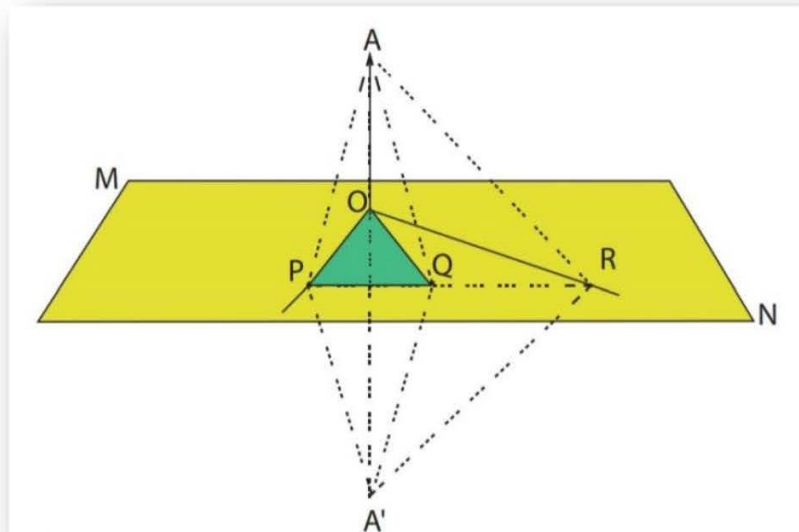
Fuente: <https://www.fondoshd.com/fondo/piramides-de-egipto/35>

TEOREMA II

HOJA PARA EL DOCENTE

Sean **AO** una perpendicular en **O** a las rectas **OP**, **OR**. Demostrar que **AO** es perpendicular al plano **MN** de estas rectas.

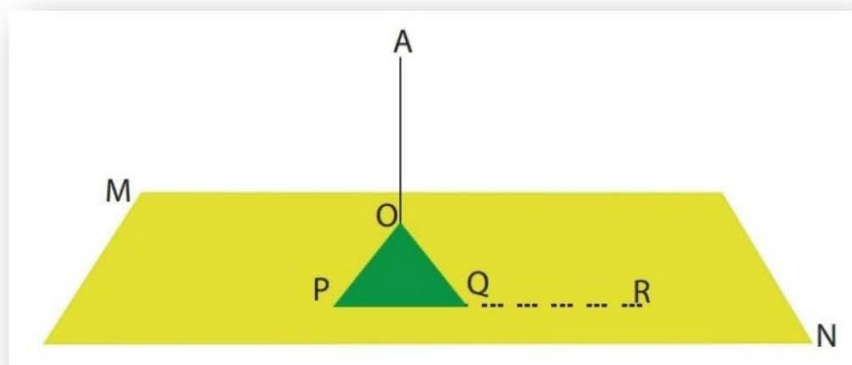
Fuente: Autoría propia



DEMOSTRACIÓN

- 1) Por **O** se traza una recta **OQ**; **OP** y otra recta **PR**, en el plano **MN** que corten a **OP**; **OQ**; **OR** en los puntos **P**, **Q**, **R**. Como se observa en la siguiente figura.

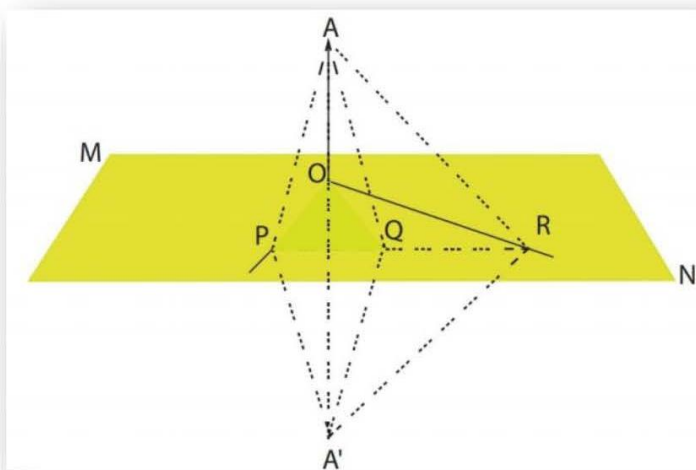
Fuente: Autoría propia



TEOREMA II

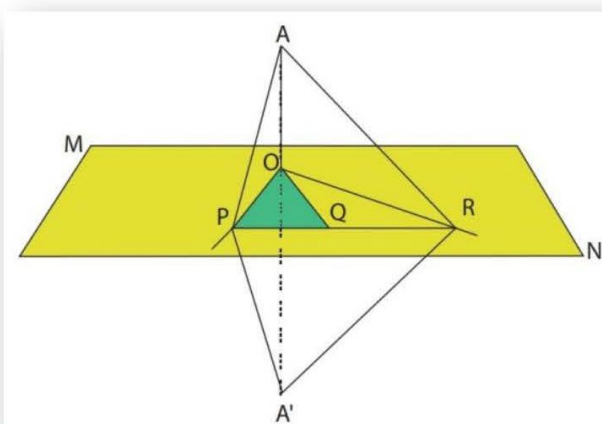
HOJA PARA EL DOCENTE

- 2) Prolongamos AO hasta A' , que se encuentra en el plano MN , de lo cual tenemos que $OA' = OA$, por construcción.
- 3) Para nuestra ayuda trazamos las rectas AP , AQ , AR y $A'P$, $A'Q$, $A'R$. Tal como se muestra el figura a continuación.



- 4) Si nos fijamos que OP y OR son perpendiculares a AA' en su punto medio; por consiguiente tenemos que $AP = A'P$, y $AR = A'R$: aplicamos el **TEOREMA N°1**.
- 5) Ahora el triángulo $APR =$ al triángulo $A'PR$: aplicamos el **TEOREMA N°2**.
- 6) Se tiene que el ángulo $RPA =$ al ángulo $A'PR$: aplicamos el **COROLARIO N°1**. Entonces el ángulo $QPA =$ al ángulo $A'PQ$. Observemos la siguiente figura.

Fuente: Autoría propia

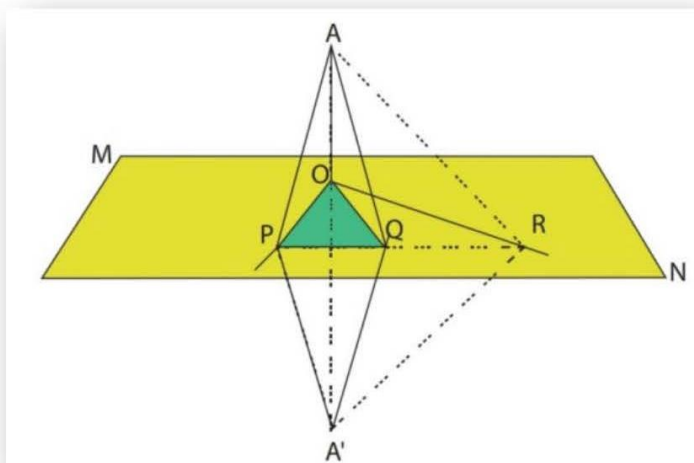


TEOREMA II

HOJA PARA EL DOCENTE

- 7) El triángulo PQA = al triángulo PQA' : aplicamos el **TEOREMA N°3**.
- 8) De esto tenemos que $AQ = A'Q$, y OQ es perpendicular a AA' en O : aplicamos el **COROLARIO N°2**.
- 9) Entonces AO es perpendicular a toda recta del plano MN trazada por O . Observemos la figura a continuación.

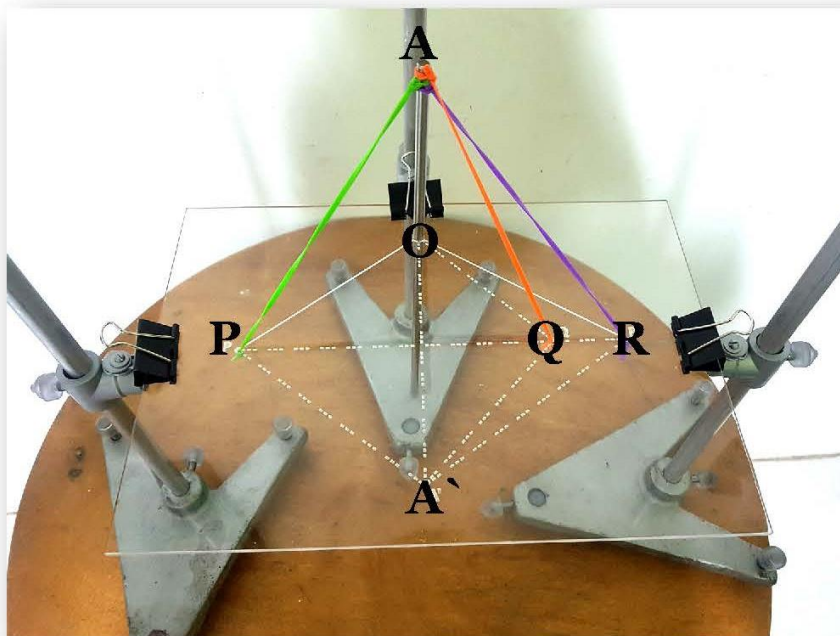
Fuente: Autoría propia



- 10) Por lo tanto AO es perpendicular al plano MN . **LQPD**

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Realice el siguiente montaje con el cual se servirá demostrar el Teorema propuesto.



Montaje Teorema II.
Fuente: Autoría propia.

Sean AO una perpendicular en O a las rectas OP , OR . Demostrar que AO es perpendicular al plano MN de estas rectas.

¿Qué rectas se pueden trazar desde el punto O , para que corten a los puntos P , Q y R ?

¿Qué se obtiene al prolongar AO hasta A' ?

¿Porqué las rectas $AP = A'P$ y $AR = A'R$? Explique el teorema uno con sus palabras.

TEOREMA II

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

¿Porqué el triángulo PQA = triángulo PQA' ? Explique el teorema tres con sus palabras.

En dicho triángulo se obtiene que $AQ = A'Q$ Y OQ perpendicular a AA' en O . Explique con sus palabras el corolario dos.

Después de esto se concluye que:

¿SABÍAS QUÉ?

Al momento de tomar una decisión, las neuronas se unen de manera específica para formar figuras geométricas. Mientras más neuronas se junten mayor número de dimensiones adquiere la figura.



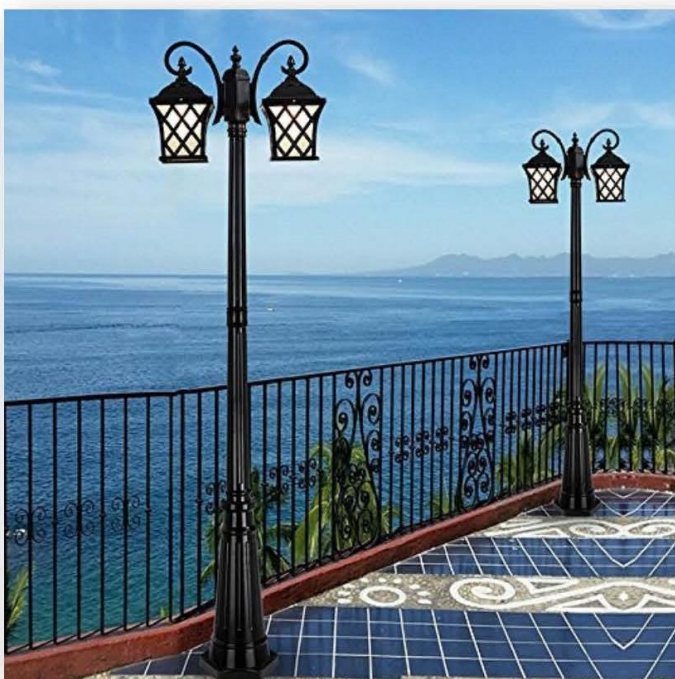
TEOREMA III

Todas las perpendiculares a una recta en un mismo punto están en un plano perpendicular a ella en ese punto.

Objetivo: Conocer y desarrollar el segundo teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar la tabla de teoremas y corolarios.
- 2) Emplear el recurso didáctico para lograr una mejor comprensión.
- 3) Trabajo individual por parte del estudiante.



Fuente: <https://www.amazon.es/Modeen-external-Impermeable-carretera-comunitario/dp/B07DJ5RMZN>

¿Lo Aplico en la vida diaria?



Un ejemplo práctico del teorema tres son los postes de luz que son perpendiculares a las veredas, que resultaría ser un plano y el poste una recta.

TEOREMAS Y COROLARIOS

TEOREMAS	COROLARIOS
<p>Teorema N°1</p> <p>Dícese que una recta trazada por un punto exterior a un plano y que encuentra el plano es perpendicular al plano cuando lo es a todas las rectas del plano que pasan por su pie. Dícese entonces que el plano es también perpendicular a la recta, y que el plano y la recta son perpendiculares entre sí.</p>	<p>Corolario N°1</p> <p>En un punto cualquiera de una recta puede levantarse una perpendicular a esa recta, y solo una.</p>

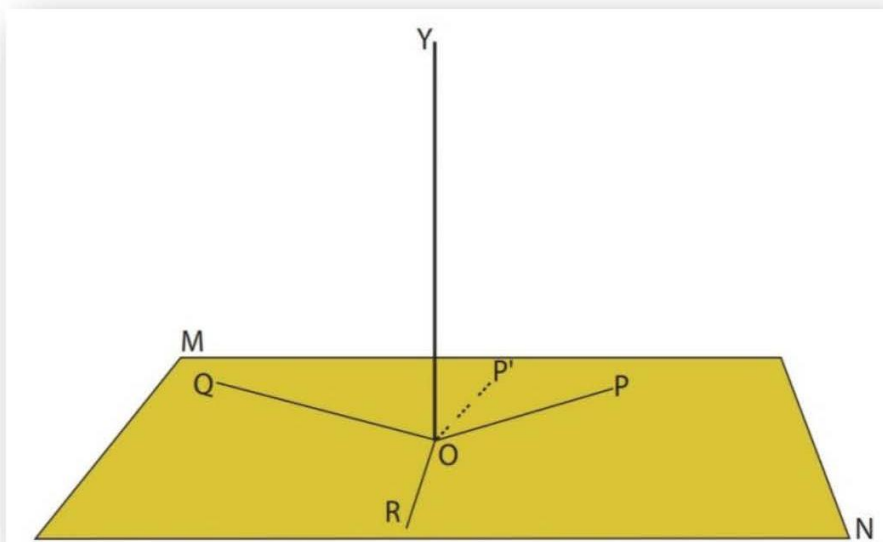
¿Sabías
Que...?

Las naves espaciales despegan perpendicular al suelo para alcanzar una órbita fuera de la atmósfera.



HOJA PARA EL DOCENTE

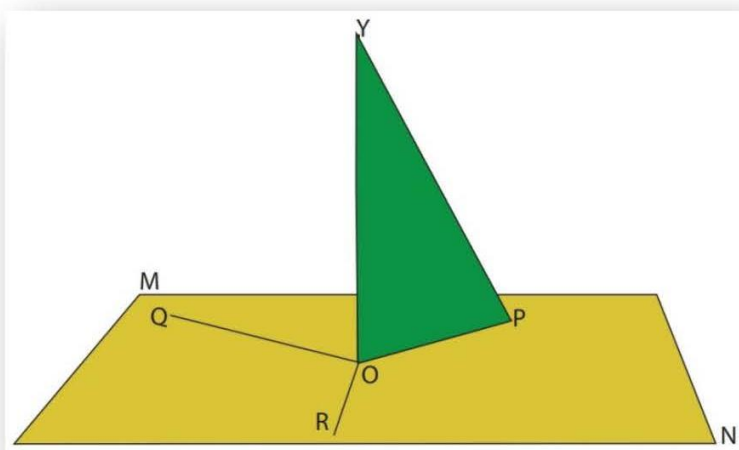
Sean MN un plano perpendicular a la recta OY en O . Demostrar que OP , una perpendicular cualquiera a OY en O , están en el plano MN .



Fuente: Autoría propia.

DEMOSTRACIÓN

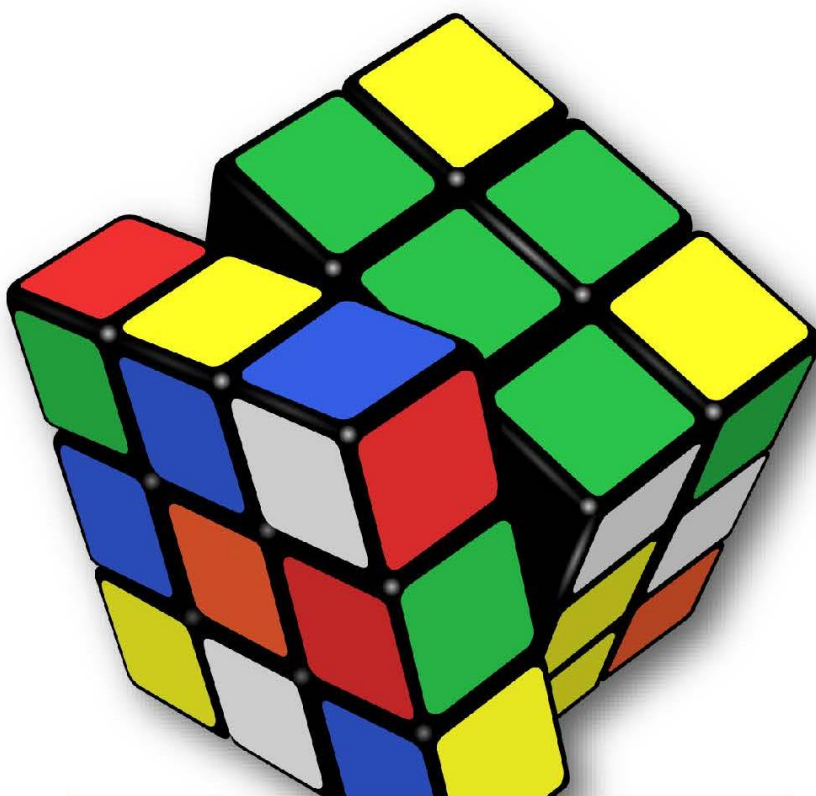
- 1) Supongamos que OY y OP cortan al plano MN en OP' . Nos fijamos en la imagen que se encuentra en la parte superior. Tenemos que OY es perpendicular a OP' : aplicamos el **TEOREMA N°1**.
- 2) En el triángulo POY trazamos OY por O lo cual resulta una perpendicular. Observemos la siguiente figura: aplicamos el **COROLARIO N°1**.



Fuente: Autoría propia.

HOJA PARA EL DOCENTE

- 3) Por lo tanto **OP** y **OP'** coinciden y se encuentran en el plano **MN**.
- 4) Por construcción trazamos las rectas **OQ**; **OR**.
- 5) Por lo tanto toda perpendicular a **OY** en **O**, como **OQ**, **OR**, están en **MN**. **LQQD**.



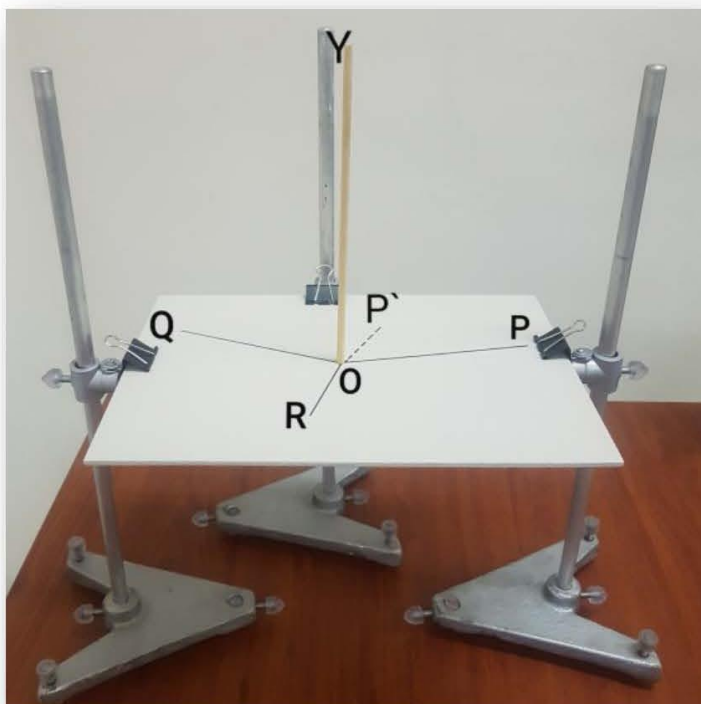
DATO CURIOSO

El cubo de rubik o tambien conocido como hexaedro regular, fue inventado por el profesor Emo Rubik en 1974. La palabra hexaedro viene del griego, hexa que significa seis y hedro que es lado o plano, por lo que quiere decir seis caras.

TEOREMA III

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Realice el montaje del material didáctico, tal como se muestra en la imagen, y úselo para realizar la demostración respectiva del Teorema y a continuación conteste las preguntas que se proponen.



Fuente: Autoría Propia

Sean MN un plano perpendicular a la recta OY en O . Demostrar que OP , una perpendicular cualquiera a OY en O , están en el plano MN .

¿Porqué la recta OY es perpendicular a OP ? Explicar con sus palabras el teorema uno

Para el triángulo POY . ¿Qué recta es perpendicular?

¿Qué rectas son perpendiculares a OY ?, explicar en que plano están.

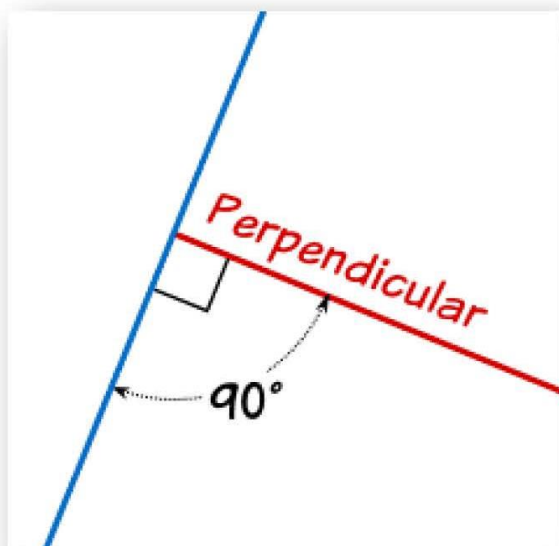
TEOREMA IV

Por un punto cualquiera de un plano puede trazarse al plano una perpendicular, y sólo una.

Objetivo: Conocer y desarrollar el cuarto teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar en conjunto con el docente la tabla de teoremas, corolarios y axiomas.
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada teorema y corolario, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes
- 3) Trabajo individual por parte del estudiante en las hoja de trabajo que se propone.



Recuerda

Las líneas perpendiculares son todas aquellas que se interceptan en un ángulo de noventa grados, como se puede observar en la gráfica.

Fuente: <http://www.disfrutalasmaticas.com/geometria/perpendiculares-paralelas.html>



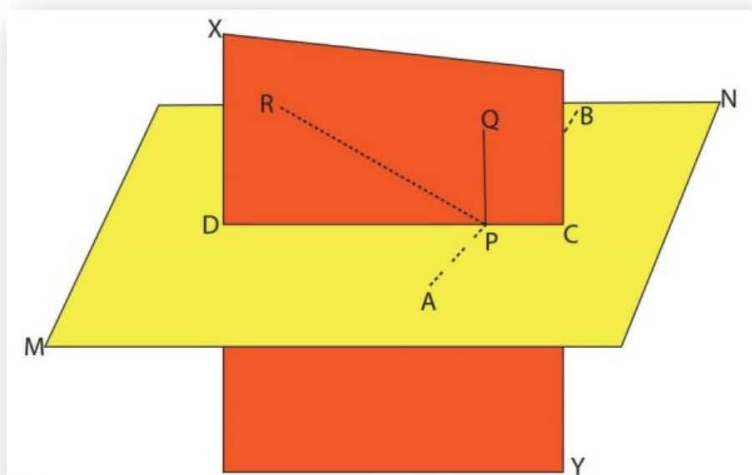
TEOREMA IV

TEOREMAS Y COROLARIOS

TEOREMAS	COROLARIOS
Teoremas N°1 Dícese que una recta trazada por un punto exterior a un plano y que encuentra el plano es perpendicular al plano cuando lo es a todas las rectas del plano que pasan por su pie. Dícese entonces que el plano es también perpendicular a la recta, y que el plano y la recta son perpendiculares entre sí.	Corolario N°1 Por un punto de una recta puede pasar un plano, y sólo uno, perpendicular a ella
Teorema N°2 Si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, lo es al plano que determinan.	Corolario N°2 En un punto cualquiera de una recta puede levantarse una perpendicular a esa recta, y solo una.
Axioma N°1 Oblicua a un plano. Dícese que una recta es oblicua a un plano cuando lo encuentran sin ser perpendicular a él.	

HOJA PARA EL DOCENTE

Sea P un punto cualquiera del plano MN . Demostrar que por P puede trazarse a MN una perpendicular, y sólo una.



Fuente: Autoría propia

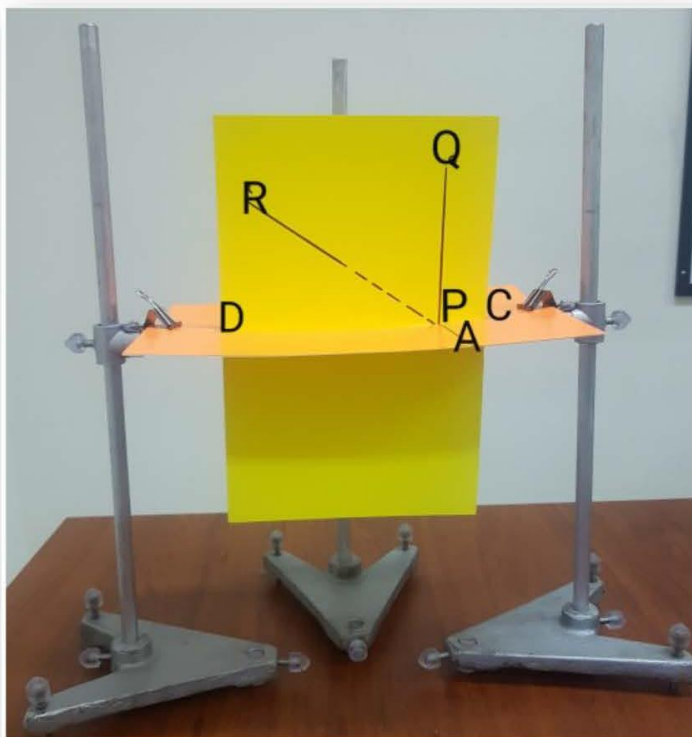
DEMOSTRACIÓN

- 1) Por P trazamos una recta cualquiera AB en MN .
- 2) El plano XY es \perp a AB , el cual cortará a MN en la recta CD : aplicamos el **corolario N°1**.
- 3) En el plano XY , trazamos $PQ \perp$ a CD . Nos fijamos en la imagen superior.
- 4) Ahora AB es \perp a XY por construcción, lo es también a PQ , que esta en el plano XY : aplicamos el **teorema N°1**.
- 5) PQ es \perp a AB , y a CD por construcción, lo es también al plano MN : aplicamos el **teorema N°2**.
- 6) La recta PR es oblicua a MN , entonces PQ y PR determinan un plano.
- 7) Puesto que PQ es \perp a MN , lo es a CD : aplicamos el **teorema N°1**. \therefore PR es oblicua a CD : aplicamos el **corolario N°1**. \therefore PR es oblicua a MN : aplicamos el **teorema y axioma N°1**. \therefore PQ es la única perpendicular a MN en P . LQQD.

TEOREMA IV

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Proceda a realizar el montaje tal como se aprecia en la imagen, luego úselo para realizar las diversas actividades que se sugieren en la presente hoja de trabajo y conteste las preguntas propuestas.



Fuente: Autoría propia

Sea P un punto cualquiera del plano MN . Demostrar que por P puede trazarse a MN una perpendicular, y sólo una.

¿Qué recta podemos trazar por P y que se encuentre en el plano MN ?

En que recta corta el plano XY a MN

Sí AB es perpendicular al plano XY a que recta también lo es en el mismo plano:

TEOREMA IV

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

La recta PQ es perpendicular a AB y a CD, a que plano también lo es: _____.

Explique el teorema dos:

¿Qué recta es oblicua a CD y al plano MN?. _____

Entonces se puede decir que la recta PQ es:



*"Las figuras
geométricas son
la expresión
concreta de los
números"*

-Aívanhov (1957)



ACTIVIDAD N° 3

TEOREMA V

Dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas.

TEOREMA VI

Si dos rectas son paralelas, todo plano que contiene una sola de ellas es paralelo a la otra.

TEOREMA VII

Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos.

TEOREMA VIII

Si un plano corta dos planos paralelos, las intersecciones son paralelas.

TEOREMA V

Dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas.

Objetivo: Conocer y desarrollar el séptimo teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar en conjunto con el docente la tabla de teoremas, corolarios y axiomas.
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada teorema y corolario, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes
- 3) Los estudiantes meditarán el uso del teorema en la vida diaria.



Fuente: buenaforma.org

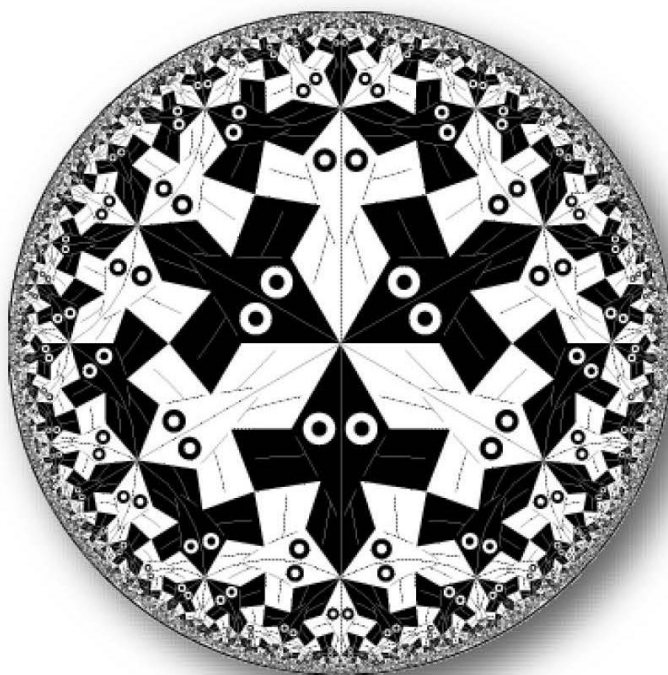
¿Lo aplico en la vida diaria?

Los postes que se utilizan para jugar vóley son un ejemplo de la aplicación del teorema séptimo en nuestro diario vivir, ya que los dos postes se encuentran separados por una distancia determinada y son perpendiculares a la cancha que representa el

TEOREMA V

TEOREMAS Y AXIOMAS

TEOREMAS	AXIOMAS
<p>Teoremas N°1</p> <p>Dícese que una recta trazada por un punto exterior a un plano y que encuentra el plano es perpendicular al plano cuando lo es a todas las rectas del plano que pasan por su pie. Dícese entonces que el plano es también perpendicular a la recta, y que el plano y la recta son perpendiculares entre sí.</p>	<p>Axioma N°1</p> <p>Plano. Llámese superficie plana o plano, una superficie tal que la recta que une dos cualesquiera de sus puntos tiene todos sus otros puntos en la misma superficie.</p>



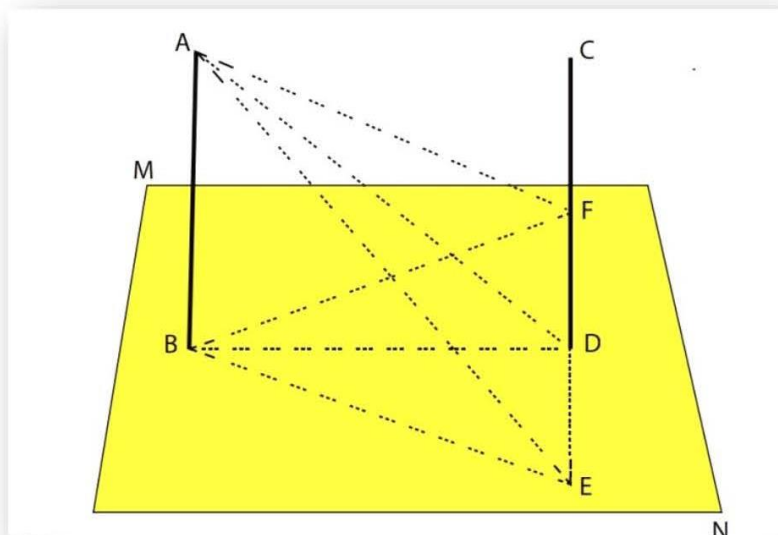
Maurits Escher: artista neerlandés conocido por sus pinturas de mundos imaginarios geométricos.

Fuente:
matematicasysudidactica0809.pbworks.com

TEOREMA V

HOJA PARA EL DOCENTE

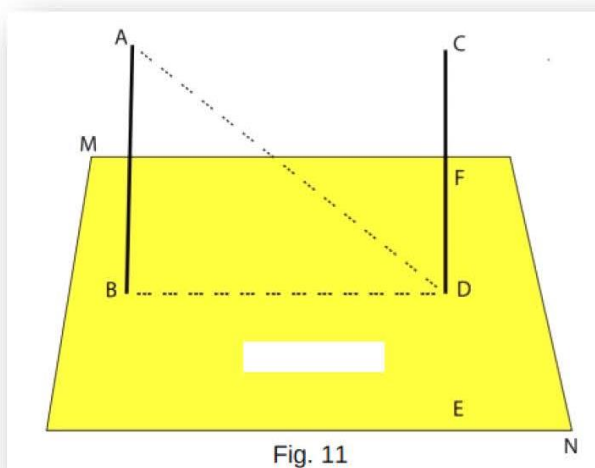
Sean **AB**, **CD** dos rectas perpendiculares al plano **MN**. Demostrar que **AB** y **CD** son paralelas.



Fuente: Autoría propia

DEMOSTRACIÓN

1) Trazamos **AD**, **BD** para ayudarnos. Tal como se muestra en la imagen.



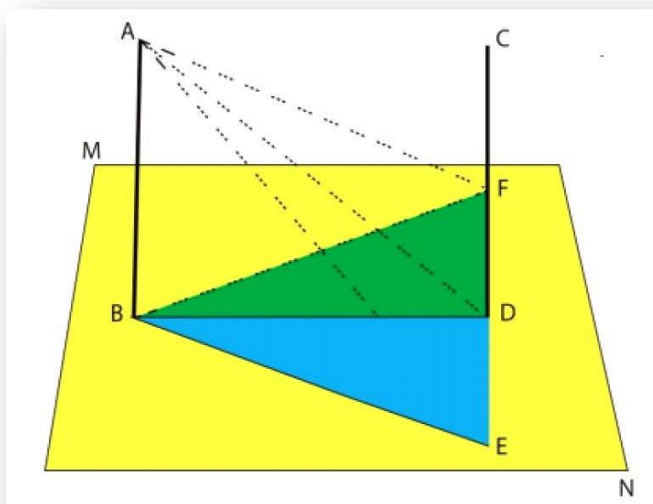
Fuente: Autoría propia

TEOREMA V

HOJA PARA EL DOCENTE

2) En el plano MN trazamos $EF \perp$ a BD , obteniendo que $DE=DF$. Por construcción trazamos BE , AE , BF , AF .

3) Se tienen los triángulos BDE , BDF son iguales, triángulos rectángulos, tenemos que el ángulo $ADE =$ ángulo ADF y que BD , CD , AB están en un mismo plano. Nos fijamos en la imagen a continuación: aplicamos el **axioma N°1**.



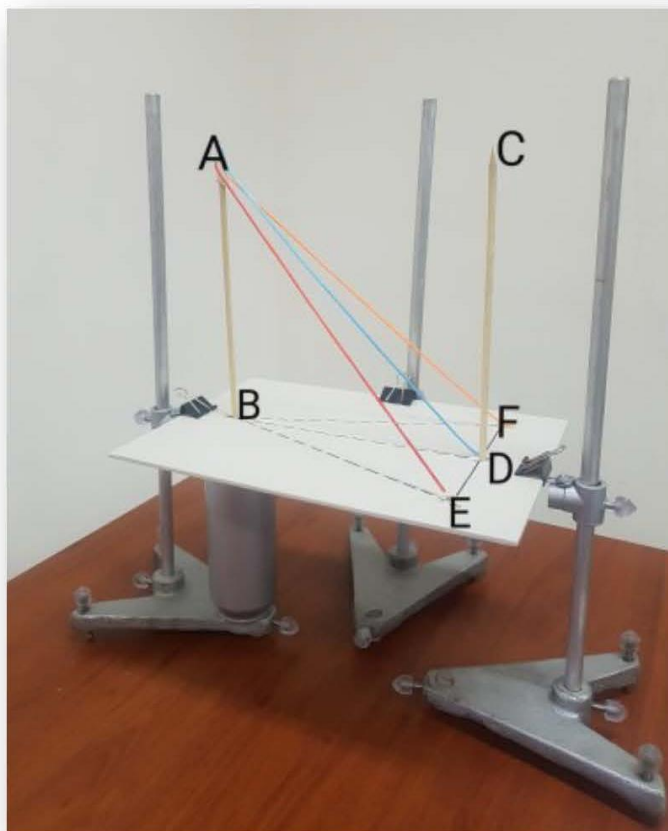
Fuente: Autoría propia

4) Entonces AB , CD son \perp a BD : aplicamos el **teorema N°1**. Por lo tanto, AB es paralela a CD . **LQQD**

TEOREMA V

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Prepare el siguiente montaje y proceda a realizar la respectiva demostración del Teorema.



Montaje: Teorema VII
Fuente: Autoría propia

Sean AB , CD dos rectas perpendiculares al plano MN . Demostrar que AB Y CD son paralelas.

TEOREMA VI

Si dos rectas son paralelas, todo plano que contiene una sola de ellas es paralelo a la otra

Objetivo: Conocer y desarrollar el octavo teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Lluvia de ideas: ¿Dónde podemos evidenciar el teorema VIII en el diario vivir?
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada axioma, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes.
- 3) Los estudiantes realizarán la respectiva demostración del teorema mediante el empleo de material didáctico.



Fuente: tamparoofer.co

¿Cómo aplico en la vida diaria?

El teorema octavo se evidencia en la construcción de muros, en donde el muro resultaría ser un plano que está compuesto por rectas paralelas, que también lo son al suelo que representa otro plano.

TEOREMA VI

AXIOMAS

AXIOMAS

Axioma N°1

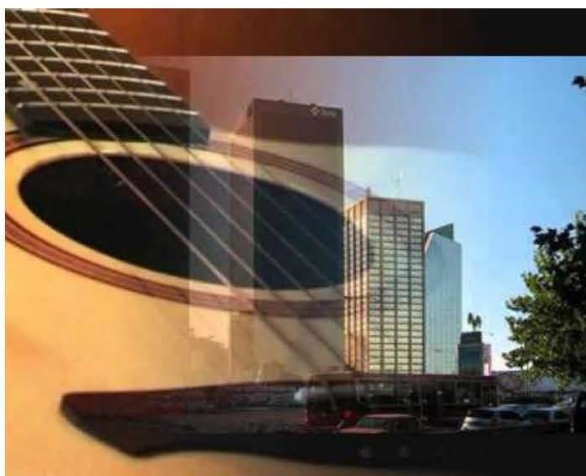
Rectas paralelas: llámense rectas paralelas las que se hallan en un mismo plano y no se encuentran por más que se prolonguen.

Axioma N°2

Plano: llámese superficie plana o plano, una superficie tal que la recta que une dos cualesquiera de sus puntos tiene todos sus otros puntos en la misma superficie.

Axioma N°3

Recta y plano paralelos entre sí: dicese que una recta y un plano son paralelos cuando no se encuentran por más que se prolonguen.



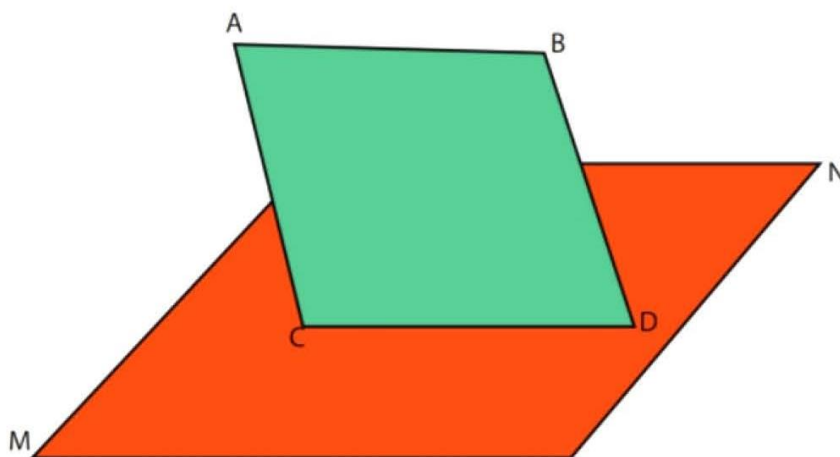
Rectas paralelas en nuestro entorno.
Fuente: YouTube

TEOREMA VI

HOJA PARA EL DOCENTE

Sea AB , CD dos rectas paralelas, y MN un plano que contiene la CD pero no la AB .

Demostrar que el plano MN es paralelo a AB .



Fuente: Autoría propia

DEMOSTRACIÓN

- 1) AB y CD están en un mismo plano AD : aplicamos el **axioma N°1**.
- 2) El plano AD corta al plano MN en CD . Por hipótesis.
- 3) Sí a la recta AB la prolongamos, siempre estará en el plano AD . Nos fijamos en la figura trece: aplicamos el **axioma N°2**.
- 4) AB es paralela a CD . Por hipótesis AB no puede encontrar a CD : aplicamos el **axioma N°1**, por lo tanto AB no se encuentra en el plano MN . Por ende se concluye que el plano MN es paralelo a AB : aplicamos el **axioma N°3**. LQQD.

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Prepare el montaje respectivo y proceda a realizar la demostración del Teorema, anote sus conclusiones en la hoja de trabajo.



Montaje. Teorema VIII
Fuente: Autoría propia

Sea **AB**, **CD** dos rectas paralelas, y **MN** un plano que contiene la **CD** pero no la **AB**. Demostrar que el plano **MN** es paralelo a **AB**.

TEOREMA VII

Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos.

Objetivo: Conocer y desarrollar el noveno teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar en conjunto con el docente la tabla de corolarios y axiomas.
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada teorema y corolario, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes
- 3) Experimentar y demostrar el Teorema empleando el respectivo recurso didáctico.



Fuente: <https://www.lavoz.com.ar/ciudadanos/por-70-mil-me-gusta-ponen-juegos-en-una-plaza>

Jugando con rectas paralelas.

El pasa manos es un juego que lo encontramos en los parques y se caracteriza por tener tres tipos de escaleras, dos verticales que están perpendiculares al suelo y separadas, y otra escalera esta horizontal e intersecta a estas dos.

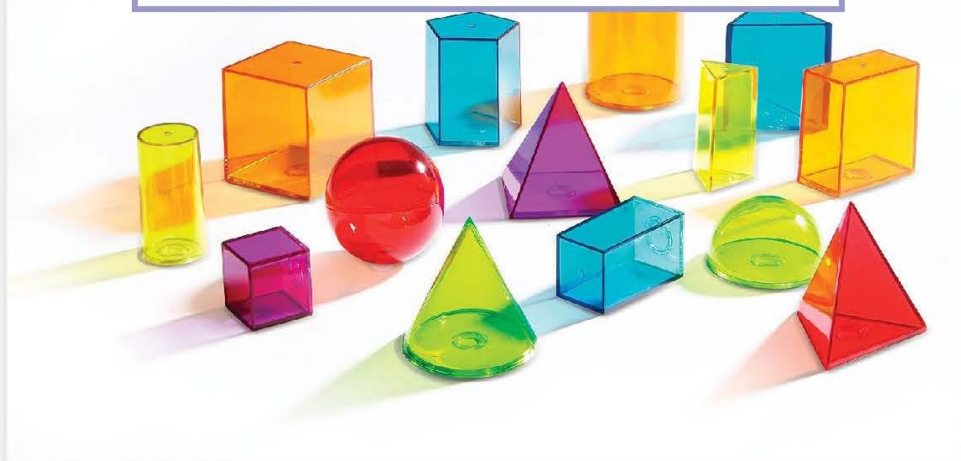
TEOREMA VII

COROLARIOS Y AXIOMAS

COROLARIOS	AXIOMAS
<p>Corolario N°1</p> <p>Por un punto exterior a una recta puede pasar un plano, y sólo uno, perpendicular a ella.</p>	<p>Axioma N°1</p> <p>Planos paralelos. Dícese que dos planos son paralelos, o paralelos entre sí, cuando no se encuentran, por más que se extiendan en todos los sentidos.</p>

Las figuras geométricas en tercera dimensión están formadas por rectas y planos.

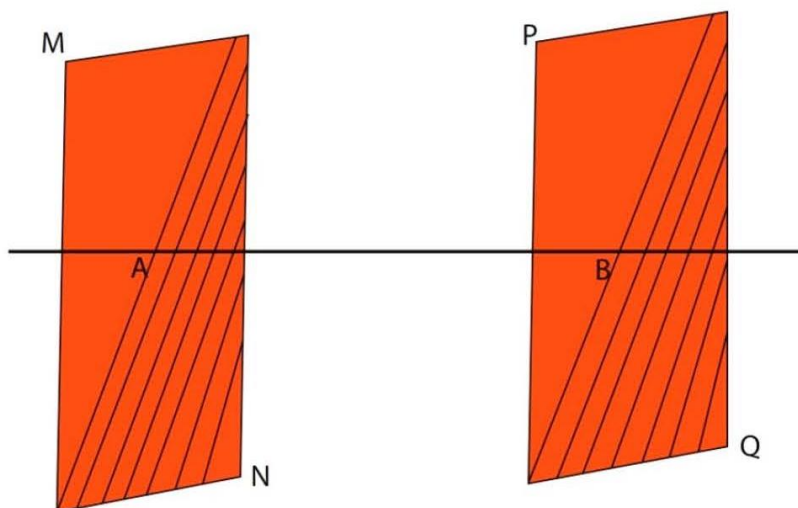
Fuente: mamaluzcajasdeluz.es



TEOREMA VII

HOJA PARA EL DOCENTE

Sean **MN**, **PQ** dos planos perpendiculares a la recta **AB**. Demostrar que **MN** y **PQ** son paralelos.



Fuente: Autoría propia

DEMOSTRACIÓN

- 1) Supongamos que los planos **MN** y **PQ** se encuentran, serían dos planos bajados por un punto en común y perpendiculares a una misma recta, lo cual es imposible: aplicamos el **corolario N°1**.
- 2) Por lo tanto el plano **MN** y el plano **PQ** son paralelos: aplicamos el **axioma N°1**. LQQD



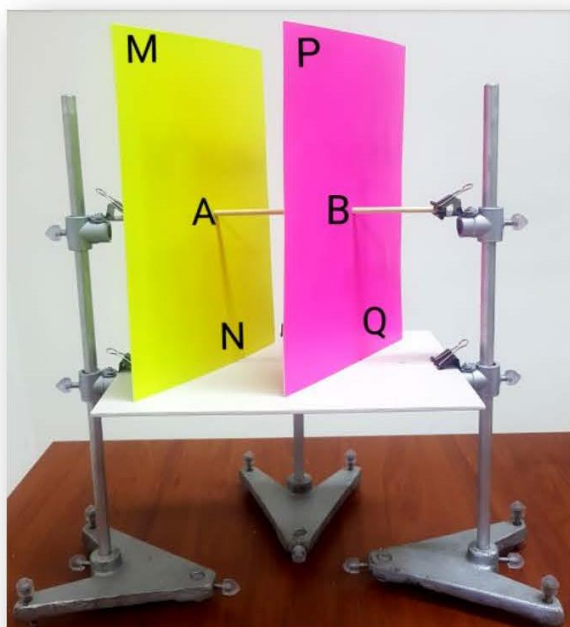
"No podemos enseñar nada a nadie. Tan sólo podemos ayudar a que descubran por sí mismos"

-Galileo Galilei

TEOREMA VII

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Prepare el montaje respectivo y proceda a realizar la demostración del Teorema, anote sus conclusiones en la hoja de trabajo.



Montaje. Teorema IX
Fuente: Autoría propia

Sean **MN**, **PQ** dos planos perpendiculares a la recta **AB**. Demostrar que **MN** y **PQ** son paralelos.

¿Es posible que los planos **MN** y **PQ** se encuentren? Justifique su respuesta con ayuda del corolario uno:

¿Porqué el plano **MN** y **PQ** son paralelos?. Explique su respuesta con ayuda del axioma uno:

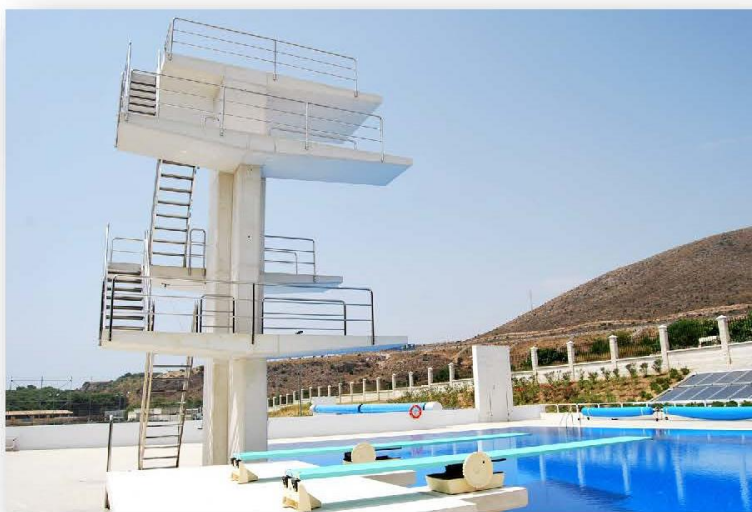
TEOREMA VIII

Si un plano corta dos planos paralelos, las intersecciones son paralelas.

Objetivo: Conocer y desarrollar el décimo teorema del tema rectas y planos.

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar en conjunto con el docente la tabla de axiomas.
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada axioma, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes
- 3) Los estudiantes meditarán el uso del teorema en la vida diaria.



Fuente: Swim Torremolinos - Ayuntamiento de Torremolinos

Un chapuzón!

La relación del teorema décimo lo podemos hacer con los trampolines que se usan para saltar en las piscinas, ya que están compuestas por dos planos paralelos horizontales y uno vertical que las intersecta.

TEOREMA VIII

AXIOMAS

AXIOMAS

Axioma N°1

Plano: llámese superficie plana o plano, una superficie tal que la recta que une dos cualesquiera de sus puntos tiene todos sus otros puntos en la misma superficie.

Axioma N°2

Plano paralelos: dícese que dos planos son paralelos, o paralelos entre sí, cuando no se encuentran, por más que se extiendan en todos sentidos.

Axioma N°3

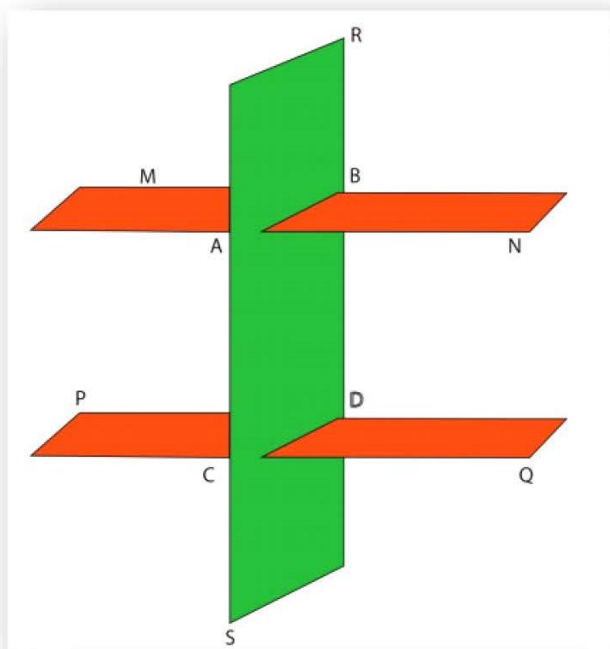
Rectas paralelas: llámense rectas paralelas las que se hallan en un mismo plano y no se encuentran por más que se prolonguen.

TEOREMA VIII

HOJA PARA EL DOCENTE

Sea **AB**, **CD** las intersecciones de dos planos paralelos **MN**, **PQ** con un plano **RS**.

Demostrar que **AB** es paralela a **CD**.



Fuente: Autoría propia.

DEMOSTRACIÓN

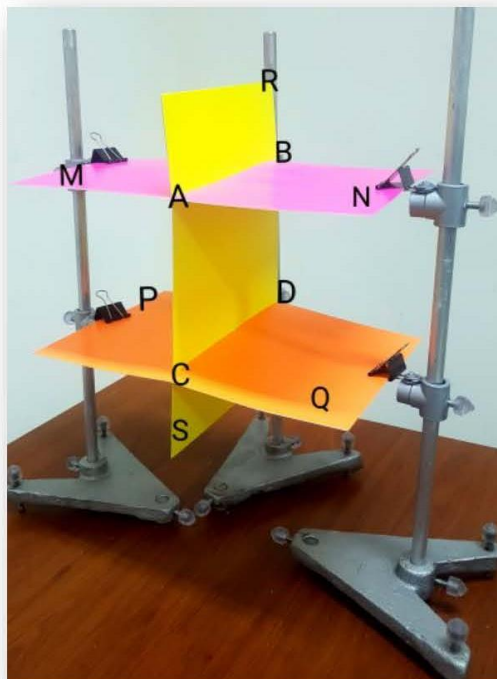
- 1) Las rectas **AB**, **CD** están en el plano **RS**. Observamos la imagen superior
- 2) Ahora si los planos **MN** y **PQ** se unieran dichas rectas se encontrarían: aplicamos el **axioma N°1**.
- 3) Pero el plano **MN** y el plano **PQ** no se encuentran: aplicamos el **axioma N°2**.
- 4) Por lo tanto **AB** es paralela a **CD**: aplicamos el **axioma N°3**. LQQD.

TEOREMA VIII

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Prepare el montaje respectivo y proceda a realizar la demostración del Teorema, conteste el cuestionario que se propone.

Sea AB , CD las intersecciones de dos planos paralelos MN , PQ con un plano RS . Demostrar que AB es paralela a CD .



Montaje. Teorema X

Fuente: Autoría propia

¿Qué rectas contiene el plano RS ?

Sí los planos MN y PQ se encontraran que rectas coincidirían:

¿Porqué coinciden? Ayúdese del axioma uno para la explicación:

El plano MN y PQ no se pueden encontrar, explique el porqué de la afirmación:

Por lo tanto ¿qué rectas serían paralelas?



ACTIVIDAD N° 4

TEOREMA IX.

Si una recta es perpendicular a uno de dos planos paralelos, es perpendicular al otro.

TEOREMA X

Si dos rectas que se cortan son paralelas a un plano, el plano que determinan también es paralelo al primer plano.

TEOREMA IX

Si una recta es perpendicular a uno de dos planos paralelos, es perpendicular al otro.

Objetivo: Conocer y desarrollar el décimo primer teorema del tema rectas y

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar en conjunto con el docente la tabla de axiomas.
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada axioma, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes
- 3) Los estudiantes meditarán el uso del teorema en la vida diaria.



Fuente: <https://definicion.mx/geometria/>

Geometría

La geometría es la parte de las matemáticas que se encarga de estudiar las propiedades o medidas de una figura; ya sea en un plano es decir en segunda dimensión o en tercera dimensión. Una parte de su estudio se basa en la demostración de teoremas relacionado con figuras.



TEOREMAS

TEOREMAS

Teorema N°1

Si un plano corta dos planos paralelos, las intersecciones son paralelas

Teorema N°2

Dícese que una recta trazada por un punto exterior a un plano y que encuentra el plano es perpendicular al plano cuando lo es a todas las rectas del plano que pasan por su pie. Dícese entonces que el plano es también perpendicular a la recta, y que el plano y la recta son perpendiculares entre sí.

Teorema N°3

Si dos o más rectas son paralelas, toda perpendicular a una de ellas es perpendicular a las otras.

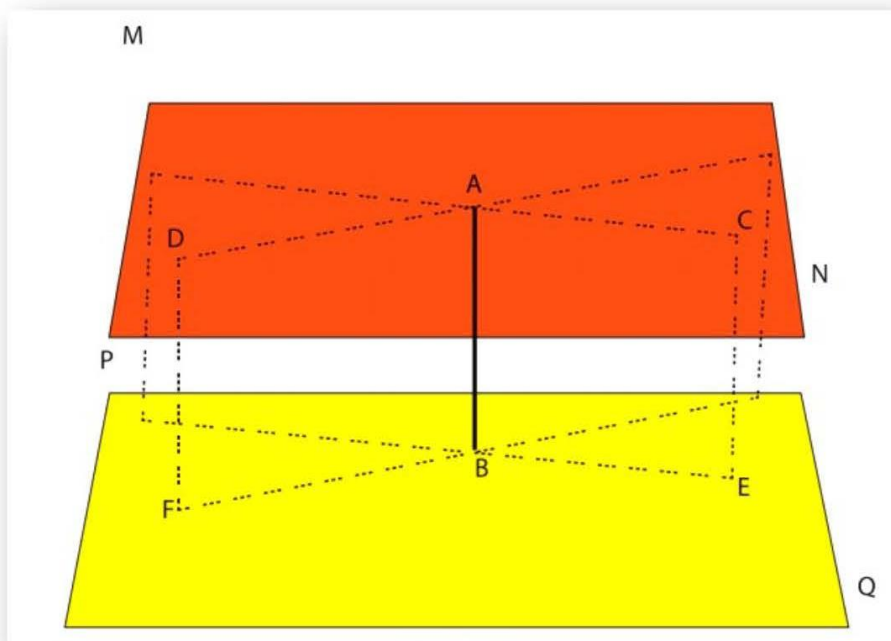
Teorema N°4

Si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, lo es al plano que determinan.

TEOREMA IX

HOJA PARA EL DOCENTE

Sean **AB** una perpendicular al plano **MN**, paralelo al plano **PQ**. Demostrar que **AB** es perpendicular a **PQ**.



Fuente: Autoría propia

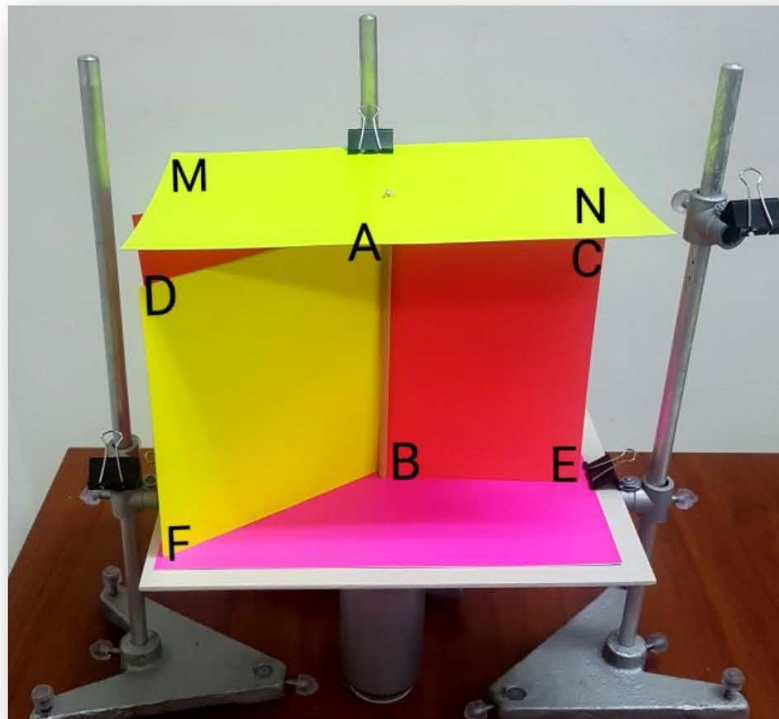
DEMOSTRACIÓN

- 1) Por construcción trazamos dos planos **AE**, **AF**.
- 2) Se obtiene en el plano **MN** las rectas **AC** y **AD** y en el plano **PQ** las rectas **BE** y **BF**. Nos fijamos en la imagen superior.
- 3) **AC** es paralela a **BE** y **AD** a **BF**: aplicamos el **teorema N°1**.
- 4) Como **AB** es \perp a **AC** y **AD**: aplicamos el **teorema N°2**.
- 5) Por lo tanto **AB** también es \perp a **BE** y **BF**: aplicamos el **teorema N°3**.

TEOREMA IX

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Prepare el siguiente montaje respectivo con el cual deberá realizar la respectiva demostración del Teorema.



Montaje. Teorema XI

Fuente: Autoría propia

Sean **AB** una perpendicular al plano **MN**, paralelo al **PQ**.

Demostrar que **AB** es perpendicular a **PQ**.

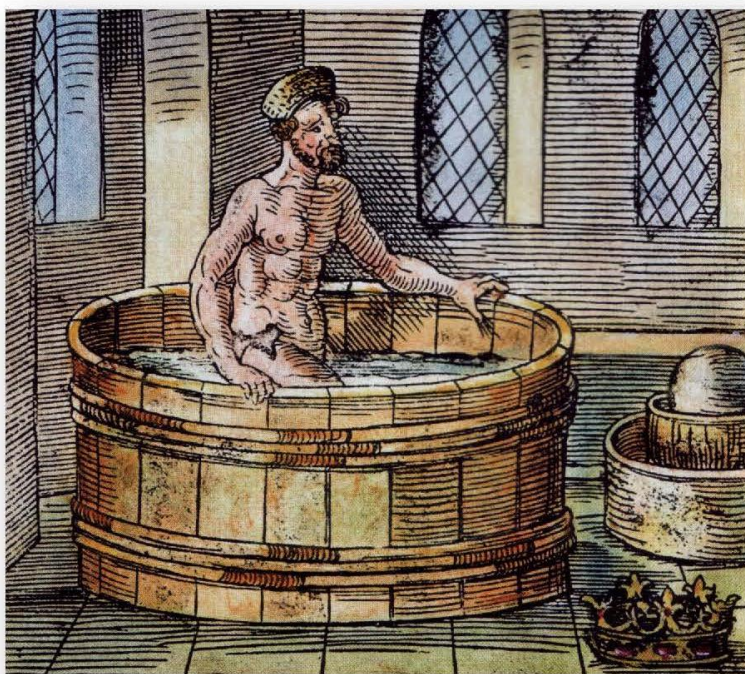
TEOREMA X

Si dos rectas que se cortan son paralelas a un plano, el plano que determinan también es paralelo al primer plano

Objetivo: Conocer y desarrollar el décimo segundo teorema del tema rectas y

ACTIVIDADES EN EL AULA

- 1) Revisar en conjunto con el docente la tabla de teoremas y axiomas.
- 2) Mediante el uso del material didáctico demostrar cada teorema y axioma, mejorando de esa manera el aprendizaje significativo en los estudiantes.
- 3) Los estudiantes aplicarán lo aprendido para encontrar aplicaciones en la cotidianidad.



eureka

Arquímedes, fue un matemático que aportó a esta ciencia con el descubrimiento de la relación entre la superficie y el volumen de una esfera y un cilindro. Fue quien expresó la frase celebre ¡Eureka, eureka! ¡Lo encontré!, cuando consiguió medir el volumen de los cuerpos irregulares.

Fuente: eugenio.naukas.com



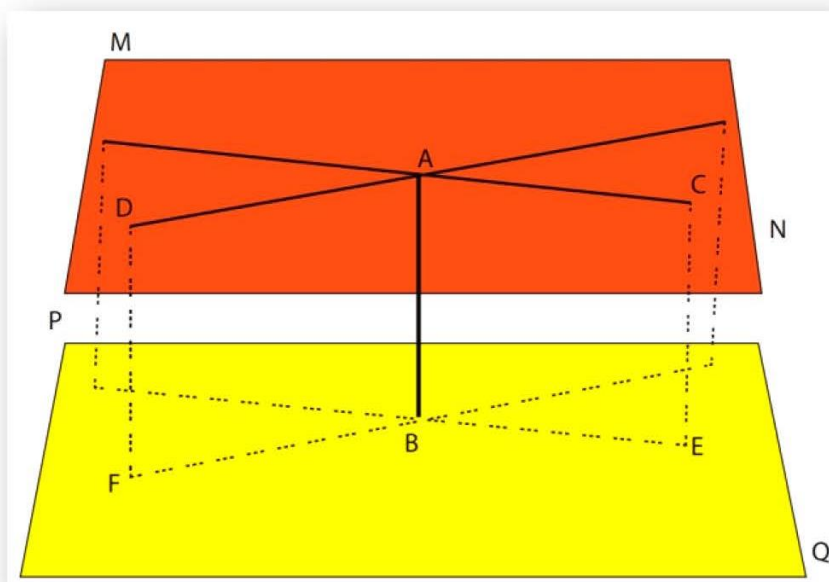
TEOREMA X

TEOREMAS Y AXIOMAS

TEOREMAS	AXIOMAS
Teoremas N°1 Dícese que una recta trazada por un punto exterior a un plano y que encuentra el plano es perpendicular al plano cuando lo es a todas las rectas del plano que pasan por su pie. Dícese entonces que el plano es también perpendicular a la recta, y que el plano y la recta son perpendiculares entre sí.	Axioma N°1 Rectas paralelas. Llámense rectas paralelas las que se hallan en un mismo plano y no se encuentran por más que se prolonguen.
Teorema N°2 Si dos o más rectas son paralelas, toda perpendicular a una de ellas es perpendicular a las otras.	_____
Teorema N°3 Si una recta es perpendicular a otras dos en su punto de intersección, lo es al plano que determinan.	_____
Teorema N°4 Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos.	_____

HOJA PARA EL DOCENTE

Sea AC, AD dos paralelas al plano PQ que se cortan en A y determinan el plano MN . Demostrar que MN es paralelo a PQ .



Fuente: Autoría propia

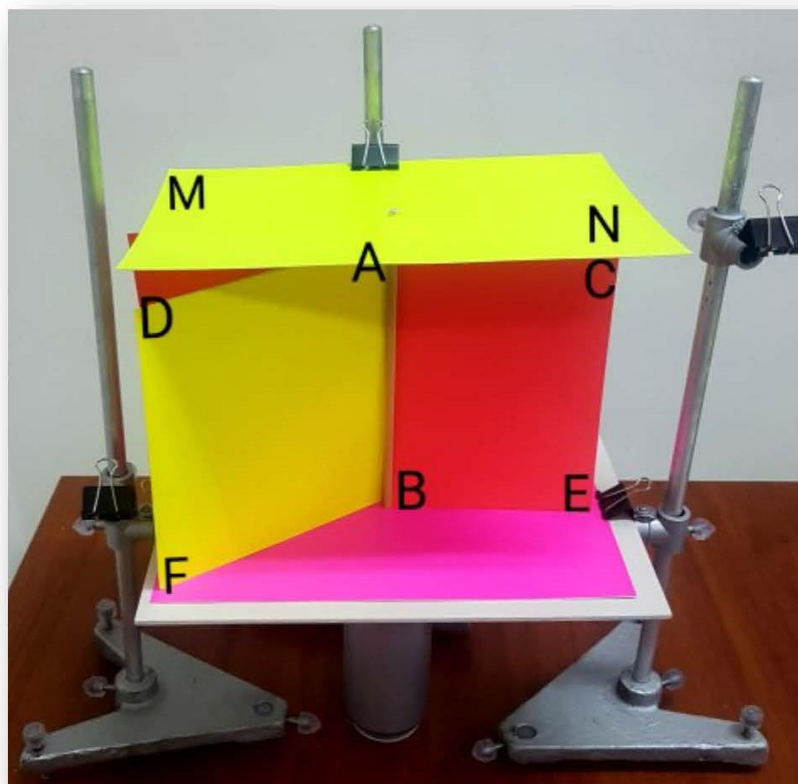
DEMOSTRACIÓN

- 1) Por construcción Trazamos AB a PQ .
- 2) Nos ayudamos trazando los planos AE y AF .
- 3) Obteniendo que AB sea \perp a BE y BF : aplicamos el **teorema N°1**.
- 4) AC y BE están en un mismo plano. Por construcción.
- 5) Ahora bien, AC y BE no se pueden encontrar por mas que se prolonguen. Observamos la imagen en la presente página.
- 6) BE es paralela a AC : aplicamos el **axioma N°1**
- 7) Por construcción tenemos: BF es paralela a AD . AB es \perp a AC y AD : aplicamos el **teorema N°2**. AB es \perp a MN : aplicamos el **teorema N°3**. $\therefore MN$ es paralelo a PQ : aplicamos el **teorema N°4**. LQQD.

TEOREMA X

HOJA PARA EL ESTUDIANTE

Prepare el montaje respectivo con el cual deberá realizar la demostración del Teorema.



Montaje. Teorema XII

Fuente: Autoría propia

Sea AC , AD dos paralelas al plano PQ que se cortan en A y determinan el plano MN .

Demostrar que MN es paralelo a PQ .



CONCLUSIONES

Tras la elaboración del trabajo de titulación se puede sacar las siguientes conclusiones:

Los estudiantes de la carrera de Matemática y Física de la Universidad de Cuenca, creen necesario que se utilice recursos didácticos para la explicación de la disciplina “Geometría Plana y del Espacio” tal como se ha evidenciado en las encuestas aplicada a los mismos. Por lo tanto, es primordial que el Laboratorio de Matemática cuente con recursos con la finalidad de despojar ese paradigma de que la geometría es abstracta y su comprensión es complicada debido a la rigurosidad de las demostraciones.

La elaboración de recursos didácticos es sin duda una idea innovadora que ha estado implementando en la Carrera de Matemática y Física, por parte de los docentes que incentivan a los estudiantes a elaborarlos. Sin embargo lo ideal es que cada recurso didáctico cuente de una guía didáctica con el afán de poseer instrucciones o directrices sugeridas para la enseñanza. La propuesta de la guía didáctica para la materia de “Geometría Plana y del Espacio” en el tema “Rectas y Planos en el Espacio” está fundamentada en la corriente constructivista, ya que se busca que el estudiante tenga una formación llena de conocimientos entendibles, incentivando a la búsqueda y adquisición de nuevos saberes y que los pueda transmitir a sus futuros estudiantes.

La observación y la visualización de objetos en tres dimensiones son el talón de Aquiles de todo neófito en la asignatura creando dificultades significativas en su entendimiento. Incluso existen muchos docentes que carecen de aquella formación. Sin embargo, existe bibliografía muy buena donde plantean ejercicios de toda índole para entrenar estas habilidades. Con el material concreto construido, esta pericia será entrenada de a poco, con el tiempo necesario para lograr el objetivo deseado.



Otro problema de difícil detección fue la traducción de los textos que originalmente han sido concebidos en el idioma inglés. Al obtener la obra de “Geometría Plana y del Espacio” por los autores Jorge Wentworth y David Eugenio Smith en el idioma anglosajón y posterior a una lectura superficial se ha encontrado que las traducciones son distintas, obstaculizando enormemente la comprensión de los estudiantes. Por lo que fue necesaria la guía para el docente junto con el recurso didáctico para eliminar esta barrera que ha sido uno de los factores predominantes para el aprendizaje de la disciplina.

Finalmente, se espera que el producto de este trabajo de titulación contribuya de una manera motivacional y académica a la enseñanza de las rectas y planos, elementos más sencillos de la geometría del espacio que son pilares fundamentales para ulteriores contenidos de la asignatura, evitando a toda costa la visión tradicional que ha espantado a muchos, haciendo creer que la geometría solamente está orientada a las personas poseedoras de una “alta inteligencia”.



RECOMENDACIONES

Se sugiere que los docentes sigan incentivando a los estudiantes a la elaboración de guías didácticas que contenga recursos didácticos para el proceso de enseñanza-aprendizaje, que sigan enriqueciendo el laboratorio de la carrera de Matemática y Física.

Se hace la recomendación de seguir con la iniciativa de realizar recursos didácticos para la materia “Geometría Plana y del Espacio” ya que aún existen temas que son complejos y abstractos que se comprenderían de mejor manera con la ayuda de materiales lúdicos con la finalidad de que alumnos, ex alumnos, docentes y cualquier profesional pueda disponer de aquellos materiales.

Entrenar la observación y la memoria espacial para incrementar el rendimiento de los estudiantes y docentes.

Usar bibliografía de autores de habla hispana con el objetivo de evitar problemas en la comprensión de los teoremas y contenido.



BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, M., (2006). *La guía didáctica, un material educativo para promover el aprendizaje autónomo. evaluación y mejoramiento de su calidad en la modalidad abierta y a distancia de la Universidad Técnica Particular de Loja, UTPL* (Ecuador)
- Aretio, L., (2009). *La Guía Didáctica*. Madrid, España: Bened.
- Ausubel, D., (1983). *Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, 1*, 1-10.
- Blanco, I., (2012). *Recursos didácticos para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la economía*. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Braslavsky, C., (2001). Cambios sociales y desafíos pedagogicos en el siglo XXI *Perspectivas Unesco*, 31(2), 1-137. Recuperado de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000124946_spa
- Campbell, D. & Stanley, J., (1995). *Diseños Experimentales y Cuasi-experimentales de Investigación*. Buenos Aires: Amorrortu editores.
- Castillo, S. (junio, 2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 11(2). Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002
- De Guzmán M. & Gil, D., (2001). *La enseñanza de las ciencias y la matemática, Tendencias e innovaciones, popular*, Madrid-España.
- García, A., & González, D., (2011). *Integración de las TIC en la práctica escolar y selección de recursos en dos áreas clave: lengua y matemática*. La práctica educativa en la Sociedad de la Información. Innovación a través de la investigación. La pratica educativa nella Società dell'Informazione. L'innovazione attraverso la ricerca, 129-144. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3737745>



- García, M., (2011). *“La enseñanza tradicional de la matemática y su influencia en el aprovechamiento escolar de los alumnos de nivel primaria”* Ciudad del Carmen, Campeche
- Gent, S., (1998). *Gestión y supervisión de centros educativos*. Costa Rica: EUNED.
- Martínez, C., (Junio, 2000). *Elaboración de materiales didácticos escritos para la educación a distancia*. Enseñanza e Investigación en Psicología, 5(1), 33-50
Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/233867710_Elaboracion_de_materiales_didacticos_escritos_para_la_educacion_a_distancia
- Murube, I. M., (s.f.). *La concepción tradicional y constructivista del aprendizaje*.
Recuperado de: <http://www.eduinnova.es>
- Palmade, G., (s.f.). *Los métodos pedagógicos*. Buenos Aires: Paidós.
- Payer, M. (s.f.). *Teoría del constructivismo social de Lev Vygotsky*. Recuperado de: <http://www.proglocode.unam>
- Rodríguez, S., (2015). *Falta de recursos didácticos y de profesionalización docente*.
Recuperado de: <https://prezi.com/tfb-4hd2-16i/falta-de-recursos-didacticos-y-de-profesionalizacion-docente/>
- Saiz, C., (2005). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós
- Salazar, R., (marzo, 2014). *Pedagogía tradicional versus pedagogía constructivista*.
Flacso Andes, Recuperado de http://www.flacsoandes.edu.ec/web/imagesFTP/1394726224.SALAZARR_PT_Vs_PC.pdf
- Schunk, D., (2012). *Teorías del aprendizaje una perspectiva educativa*. México: Pearson Educación
- Serrano, J. M. y Pons, R. M., (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa (Redie)*, 13(1), 1-28
Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/155/15519374001.pdf>

ANEXOS

FICHA DE VALIDACIÓN

TÍTULO DEL TRABAJO:	
“ELABORACION DE UNA GUIA DIDACTICA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DEL TEMA RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO CON EL USO DE RECURSOS DIDACTICOS PARA LA CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE CUENCA”	
Estudiantes:	
C.I. 0107466161	Nombre: Richard Marcelo Portugal Uzhca

Nombre de los validadores:	Fabián Bravo, Xavier Gonzales, Tatiana Quezada
Cargo:	Docentes.

Se solicita calificar el documento con la siguiente escala:

Excelente	Muy bien	Bien	Deficiente
4	3	2	1

RECURSOS	INDICADOR	VALORACIÓN			
		1	2	3	4
Guía didáctica	El documento está organizado y resulta de fácil manejo para el docente.				✓
	Existe la presencia de recursos didácticos innovadores.				✓
	Los contenidos, ejercicios y problemas propuestos son pertinentes y contextualizados.				✓
	Las ilustraciones y los textos motivan a comprender el tema propuesto.				✓
	Existen elementos de evaluación útiles para el docente.				✓
Equipo de Armado para Rectas y Planos en el Espacio	La presentación del material es agradable y acorde a las necesidades de los estudiantes.				✓
	Se puede visualizar la aplicabilidad de los contenidos.				✓
	El recurso favorece a un aprendizaje grupal y colaborativo.				✓
	El ensamblado del equipo es sencillo y fácil de operar				✓
	El material despierta el interés y curiosidad para su manipulación.				✓
	El material se lo puede aplicar en otros temas fuera de la geometría del espacio.				✓
Propuesta	Encuentra a la propuesta aplicable en la carrera de Matemáticas y Física				✓



OBSERVACIONES:

Se recomienda que las cartulinas y tablas sean elaboradas con materiales rígidos, además de que las proporciones sean impresas. Con respecto a la guía, revisar el tamaño del texto y se incluyan ejemplos del contexto y datos curiosos.

Nombre: Ing. Xavier Gonzalez

Firma: 

Nombre: Ing. Fabian Bravo

Firma: 

Nombre: Lcda. Tatiana Quezada

Firma: 

Cuenca, 17 de enero de 2019



ENCUESTA
Universidad de Cuenca
Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación
Carrera de Matemáticas y Física

Objetivo:

La presente encuesta tiene como objetivo recolectar información sobre el uso de recursos didácticos en el aula para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el tema referente a rectas y planos. Por favor, responder cada pregunta con toda la sinceridad posible ya que los resultados conducirán a mejoras en la enseñanza de la materia Geometría Plana y del Espacio.

Ciclo: Fecha:

Marque con una X la respuesta:

- 1) Del 0 al 10 señale con una “X”; ¿Qué tan frecuente el docente utilizó la motivación en las clases de Geometría Plana y del Espacio?

En ningún momento										Todas las clases
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- 2) En este instante, ¿Cuál es su conocimiento acerca de los teoremas de las rectas y planos en el espacio?

1.	Excelente	
2.	Bueno	
3.	Aceptable	
4.	Regular	
5.	Malo	

- 3) ¿Qué recursos didácticos en el tema “Rectas y Planos en el Espacio” ayudarían a captar mejor las figuras en tercera dimensión?

Material concreto	
Pizarrón	
Libros	

- 4) ¿Qué tan a menudo el docente ha utilizado recursos didácticos en el tema “Rectas y Planos en el Espacio”?

1.	Siempre	
----	---------	--



2.	Algunas veces	
3.	Nunca	

- 5) En el caso que su docente nunca haya usado un recurso didáctico, ¿Cuál fue su salida para la enseñanza de aquel tema?

a)	Uso de objetos y elementos a su alrededor (Improvisación)	
b)	Uso de la Pizarra	
c)	Otro	

Si es otro, especifique.....

- 6) Del 0 al 10 señale con una “X”; ¿Qué tipo de aprendizaje cree que predominó en la clase de “Rectas y Planos en el Espacio”?

Aprendizaje Mecánico: Repite los procedimientos de los ejercicios realizados en el aula.

Aprendizaje Significativo: El estudiante reflexiona sobre lo que aprende e investiga para mejorar su aprendizaje

Aprendizaje mecánico										Aprendizaje significativo	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

- 7) ¿Cómo calificaría Ud. su participación en la clase de Geometría Plana y del Espacio?

1	Mala	
2	Regular	
3	Buena	
4	Muy buena	
5	Excelente	

- 8) Cuando el docente ha impartido la clase de “Rectas y Planos en el espacio” lo ha relacionado con ejercicios prácticos que se pueden encontrar en la vida real.

Señale con una “X” la respuesta.

1	Lo ha hecho en la mayoría del tema	
2	Relaciono algunos teoremas con ejercicios prácticos.	
3	Dio a conocer uno o dos ejercicio práctico.	



4	Nunca relacionó lo que se aprendió en la clase con la vida real.	
---	--	--

- 9) Qué clase de enseñanza considera Ud. que predomina en el desarrollo del tema “Rectas y Planos en el Espacio”

Señale con una X su respuesta.

ENSEÑANZA TRADICIONAL	
ENSEÑANZA CONDUCTISTA	
ENSEÑANZA CONSTRUCTIVISTA	

Tradicional: El docente transmite al estudiante sus conocimientos de la manera que el los aprendió.

Conductista: El docente transmite sus conocimientos a partir de una planificación previa, obteniendo una interacción con el estudiante.

Constructivista: El estudiante construye su conocimiento con la guía del docente.